

# Technologie určování dynamických pohybů mostních konstrukcí současně v podélném i svislém směru pozemní radarovou interferometrií



Milan Talich, Jan Havrlant, Lubomír Soukup, Filip Antoš



Michal Polák, Pavel Ryjáček, Jiří Litoš, Tomáš Plachý, Martin Macho

Prosinec 2020

# Obsah

Obsah	2
1. Úvod	3
2. Přehled použité teorie - základní principy radarové interferometrie s IBIS	3
3. Přístrojové vybavení a jeho technické parametry	6
4. Obecné zásady	6
5. Přípravné práce a rekognoskace	7
6. Postup měření	7
6.1. Výběr sledovaných míst a jejich signalizace	8
6.2. Umístění radarů	9
6.3. Příprava, zacílení radarů a stanovení doby trvání měření	9
6.4. Časová synchronizace radarů	9
6.5. Nastavení parametrů měření radarem	10
6.6. Doplnkové činnosti	12
7. Zpracování a vyhodnocení měření	13
7.1. Určení posunů současně v podélném i svislém směru	13
7.1.1. Výpočet vektoru posunutí	13
7.2. Rozbor přesnosti určení vektoru posunutí	16
7.2.1. Příklad zanedbání nepřesnosti směrů LOS posunů	17
7.2.2. Příklad uvažování nepřesnosti směrů LOS posunů	18
7.2.3. Příklad umístění radarů za sebou	24
7.2.4. Rozbor přesnosti odděleně ve svislém a v podélném směru	24
7.2.5. Shrnutí poznatků rozboru přesnosti	26
7.3. Synchronizace naměřených dat	26
8. Analýza, vyhodnocení a způsob dokumentace výsledků	27
9. Závěr	30
10. Seznam použité literatury	30

# 1. Úvod

Tento dokument popisuje ověřenou technologii určování svislých a podélných pohybů mostů za pomoci dvou pozemních interferometrických radarů IBIS-SF nebo IBIS-S. Tato inovativní metoda umožňuje sledovat svislé i podélné pohyby mostního objektu v několika bodech současně. Sledované body není třeba signalizovat, pokud jde o ocelový most, neboť ocelová nosná konstrukce mostu obvykle poskytuje dostatečně kvalitní odraz radarového signálu. Betonové mosty je třeba osadit kovovými odražeči, protože povrch betonového mostu má nízkou odrazivost radarového signálu. Pohyby nosné konstrukce mostu lze snímat dynamicky s dostatečně vysokou snímací frekvencí (až 200 Hz) a dosáhnout přitom přesnosti (střední chyby) až 0.01 mm.

## 2. Přehled použité teorie - základní principy radarové interferometrie s IBIS

Radar je elektronický přístroj umožňující identifikaci, zaměření a určení vzdáleností objektu od měřicího aparátu. Princip fungování pulsního radaru ilustruje následující obrázek (Obr. 1). Radar IBIS využívá technologii **souvislé frekvenční modulované vlny** (angl. Frequency modulated continuous wave, zkráceně FMCW), a **interferometrii** (angl. interferometry).



Obr. 1: Princip radarové diferenční interferometrie

Technologie souvislé frekvenční modulované vlny slouží k určení vzdálenosti cílového objektu od radaru. Mikrovlnné frekvence jsou vysílány ve velmi krátkých impulzech o velkém výkonu. Vzdálenost detekovaných předmětů je určována na základě časové korelace vyslaného a přijímaného signálu. Využitím této technologie IBIS vytváří jednorozměrný obraz, nazývaný **radiální profil odrazivosti**. Cíle ve snímaném území jsou rozděleny do **radiálních spádových oblastí** s konstantním rozpětím nezávislým na vzdálenosti, který nazýváme **radiální rozlišení  $\Delta R$** .

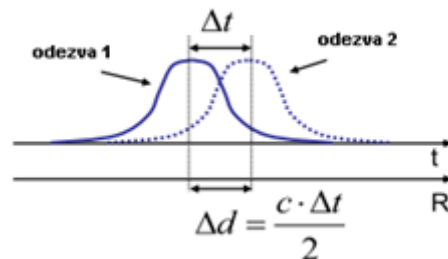
Vzdálenost je určena pomocí rychlosti světla  $c$  podle vztahu

$$R_0 = \frac{cT_0}{2},$$

kde  $T_0$  představuje opoždění odezvy. Koncepti radiálního rozlišení vyjadřuje vzorec

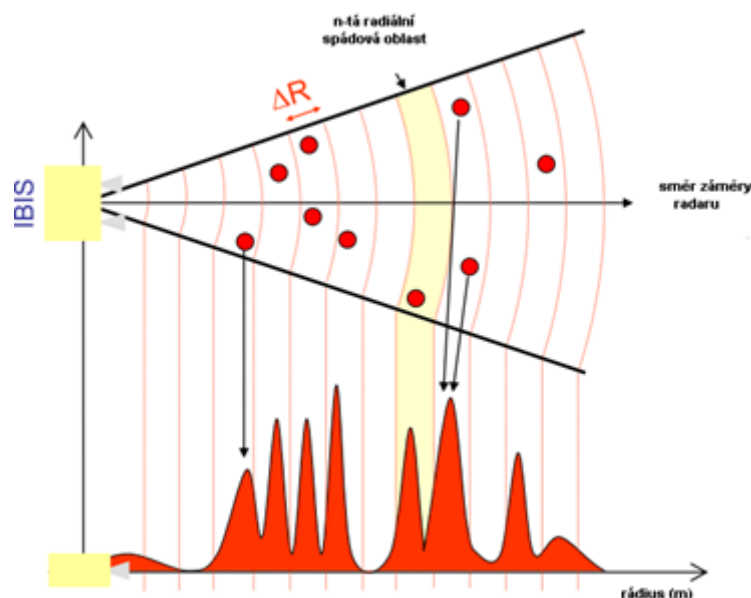
$$\Delta R = \frac{c\tau}{2},$$

kde  $\tau$  je doba trvání vysílaného impulsu. Radar je tedy schopný rozeznat různě vzdálené cíle za předpokladu, že délka časového intervalu mezi dvěma odezvami je delší než doba trvání vysílaného impulsu. Musí tedy platit vztahy  $\Delta t > \tau$ ,  $\Delta d > \Delta R$ . Radiální rozlišení je proto limitováno dobou trvání vysílaného impulsu.



Obr. 2: Radiální rozlišení radaru ( $\Delta d$ )

Na následujícím obrázku je znázorněn radiální profil odrazivosti generovaný radarem IBIS. Vodorovná osa znázorňuje radiální vzdálenost od radaru. Radar typu IBIS dokáže rozlišovat detekované objekty jen v jednom rozměru, a to ve směru záměry. Nachází-li se více detekovaných objektů v jedné radiální spádové oblasti, nelze je od sebe odlišit a posuny měření na jednotlivých objektech se ve výsledku průměrují (viz Obr. 3).



Obr. 3: Skládání odrazů od více objektů

Svislá osa  $y$  vyjadřuje poměr přijatého signálu k šumu (angl. signal to noise ratio, zkráceně SNR nebo někdy též S/R):

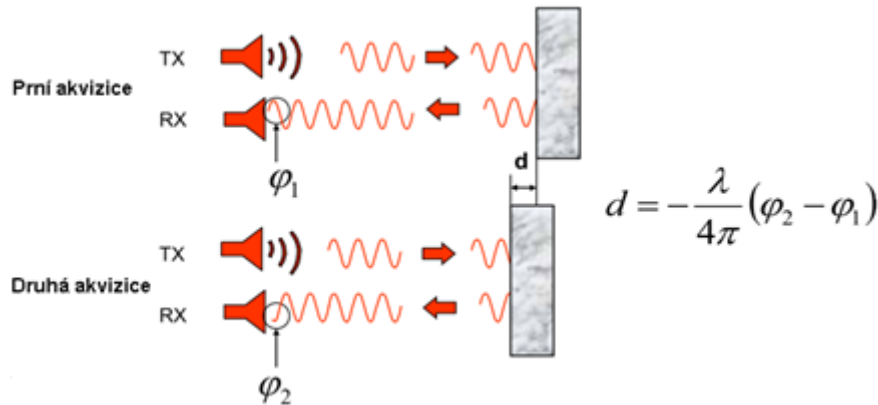
$$SNR = \frac{P_{signal}}{P_{šum}} = \left( \frac{A_{signal}}{A_{noise}} \right)^2$$

kde  $P_{signal}$  je výkon přijatého signálu,  $P_{šum}$  je výkon přijatého šumu,  $A_{signal}$  je amplituda přijatého signálu a  $A_{šum}$  je amplituda přijatého šumu.

Poměr signálu k šumu je častěji uváděn v logaritmické podobě, pak se nazývá odstup signálu od šumu:

$$SNR_{dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{P_{signal}}{P_{šum}} \right) = 20 \log_{10} \left( \frac{A_{signal}}{A_{šum}} \right)$$

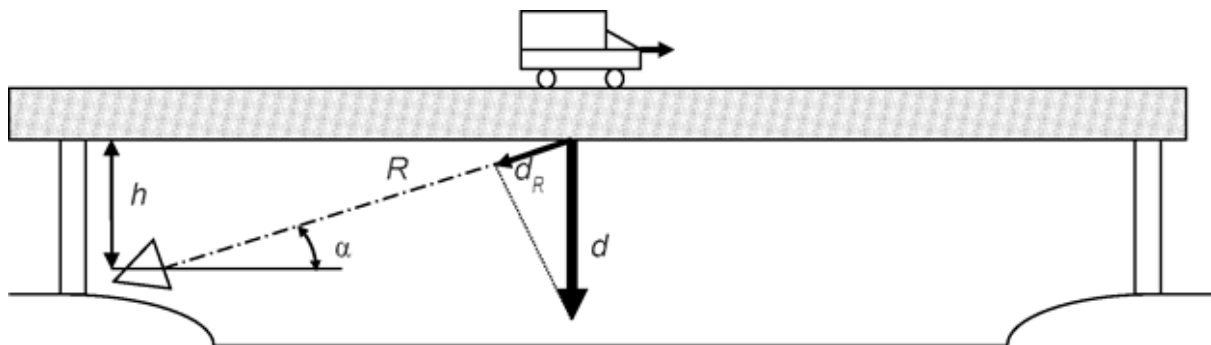
Diferenční interferometrie poskytuje údaje o posunech objektů porovnáváním fázové informace získané v různých časových obdobích z vln odražených od objektů. Tento princip je patrný z obrázku 4. Každá odražená vlna z každé radiální spádové oblasti nese informaci o amplitudě  $|A(n)|$  a fázi  $\varphi_n$ . Přístroj IBIS je schopen vyhodnotit posunutí pro každou radiální spádovou oblast. Kvalita vyhodnoceného posunu je úměrná množství odraženého signálu.



Obr. 4: Princip diferenční interferometrie

Maximální měřitelný posun mezi dvěma po sobě jdoucími akvizicemi je ohraničen nejednoznačností měřené fáze. Tento princip je znázorněn na obrázku 5. Pro IBIS činí  $\pm\lambda/4 = 4,38\text{mm}$ .

**Veškeré posuny jsou měřeny ve směru záměry.** Není-li záměra orientována přesně ve směru očekávaného posunu, je potřeba očekávané (v tomto případě svislé) posuny dopočítat dle vzorců  $d = d_R / \sin(\alpha)$ , kde  $\sin(\alpha) = h/R$  a tudíž  $d = d_R \cdot R/h$ , kde poměr  $R/h$  je tzv. projekční faktor (angl. projection factor). Délka  $R$  je měřena radarem, převýšení  $h$  je třeba určit dodatečným geodetickým měřením, např. laserovým dálkoměrem, pásmem apod. Projekce radarem naměřeného pohybu  $d_R$  do svislého směru je znázorněna na obrázku 5.



Obr. 5: Promítání přímo měřeného pohybu  $d_R$  do svislého směru

### 3. Přístrojové vybavení a jeho technické parametry

Pro měření prováděné ověřenou technologií, která je předmětem tohoto protokolu, je potřeba použít dva radary IBIS-S nebo IBIS-SF popřípadě jejich kombinaci. Při měření lze radar nastavit do dvou pracovních režimů: statického a dynamického. Při dynamickém režimu radar snímá odražené signály s frekvencí 1 až 200 Hz. Rozlišovací schopnost jednotlivých sledovaných cílů v radiálním směru, tj. ve směru záměry, (tzn. šířka radiální spádové oblasti) je 0,75 m. Maximální dosah radaru je až 1 km, závisí ovšem na velikosti odrazné plochy cíle a vyzařovacím úhlu použité antény.

K radaru je standardně dodávána anténa typu 5 (IBIS-ANT5-H12V39). Horizontální vyzařovací úhel této antény je 12° při ztrátě 3dBi a 25° při ztrátě 10dBi. Vertikální vyzařovací úhel je 39° při ztrátě 3dBi a 69° při ztrátě 10dBi. K radaru je v případě potřeby možno připevnit i další výrobcem dodávané typy antén, které se liší zejména horizontálním a vertikálním vyzařovacím úhlem.

K upevnění radaru na geodetický stativ slouží adaptér se závitem na šroub stativu a šroubem pro závit 3D hlavy radaru nebo adaptér do geodetické trojnožky. Dále 3D hlava, která je převzata z fotostativu Manfrotto dodaného výrobcem. 3D hlava umožňuje otáčení radaru podél svislé osy a náklon ve dvou kolmých směrech.

Ovladač radaru tvoří odolný notebook Panasonic s programem IBIS Surveyor. Ke zpracování měření se používá program IBIS Data Viewer. Oba tyto programy se dodávají spolu s radarem.

Pro doplňková měření se použijí vhodné geodetické přístroje. Vhodné je vytvoření 3D modelu měřené situace buď pomocí 3D laser scanneru nebo pomocí průsekové fotogrammetrie či kombinací obou metod. Pro měření jednotlivých vzdáleností lze použít i ruční dálkoměr nebo pásmo.

Vhodné je také použít videokameru k pořízení záznamu z průběhu měření mostu, aby bylo možné ztotožnit výsledky radarového měření (dynamické průhyby) s děním na mostě (průjezdy vozidel atp.) a také pro vizualizaci výsledků.

Pro časovou synchronizaci je potřeba datově propojit obslužné notebooky obou radarů. V závislosti na vzdálenosti radarů je možné pro datové propojení radarů použít ethernetový kabel (pro vzdálenosti do 100 m), optickou linku nebo bezdrátové pojitko v případě, že nelze mezi počítači natáhnout kabel.

### 4. Obecné zásady

a) Pozemní interferometrický radar s reálnou aperturou (dále jen radar) měří pouze relativní pohyby po určitou dobu, kterou vhodně zvolí měřič. Relativní pohyby sledovaného bodu od času  $t=0$  a počáteční hodnoty  $d=0$  lze určit při jednom postavení radaru. Na provedená měření nelze navázat později při jiném postavení. Radarem tedy obecně nelze provádět etapová měření a porovnávat jednotlivé etapy.

- b) Radar měří pohyby pouze ve směru záměry, tzn. po spojnici radaru a sledovaného bodu (angl. Line of Sight, zkráceně LOS). Není proto schopen zaznamenat pohyby kolmé na záměrnou přímkou (resp. přesněji řečeno pohyby po kulové ploše procházející sledovaným bodem a mající střed ve fázovém centru radaru).
- c) Při měření jedním radarem (podle Obr. 5) se předpokládají posuny sledovaných bodů pouze ve svislém směru. Pokud by se některý sledovaný bod pohyboval i v jiných směrech, zavádělo by to do výsledku chybu, kterou nelze odhalit.
- d) Pro současné určování svislých a podélných posunů (podélných z hlediska nosné konstrukce sledovaného mostu) je třeba použít radary dva. Při měření dvěma radary se totiž předpokládají posuny sledovaných bodů pouze v podélném a svislém směru. Pokud by se některý sledovaný bod pohyboval i do strany, zavádělo by to do výsledku chybu, kterou nelze odhalit.
- e) Pro měření posunů sledovaných bodů do všech tří stran (skutečných, resp. reálných 3D posunů) je potřeba použít minimálně tři radary.

## 5. Přípravné práce a rekognoskace

Před zaměřením mostu pozemním interferometrickým radarem je nutno provést rekognoskaci a fotodokumentaci mostu při jeho prohlídce v terénu. V případě potřeby je vhodné nalézt dostupné informace a fotografie mostu i z jiných zdrojů (internet, vyžádat si je od vlastníka či správce mostu apod.). Při rekognoskaci je nutno zjistit základní konstrukční parametry mostu jako např. počet a rozmístění pilířů apod. Dále je nutné zjistit možnosti umístění stanovisek radarů v závislosti na vegetaci a charakteru terénu pod mostem. Při volbě stanoviště radarů je třeba brát v úvahu především umístění kvalitních odrazných ploch.

Pokud jde o betonový most, tak se na základě rekognoskace navrhne umístění koutových odražečů včetně způsobu jejich uchycení.

Podle umístění stanovisek se také určí, jakým způsobem budou datově propojeny obslužné notebooky (metalický kabel, optický kabel, bezdrátový spoj).

## 6. Postup měření

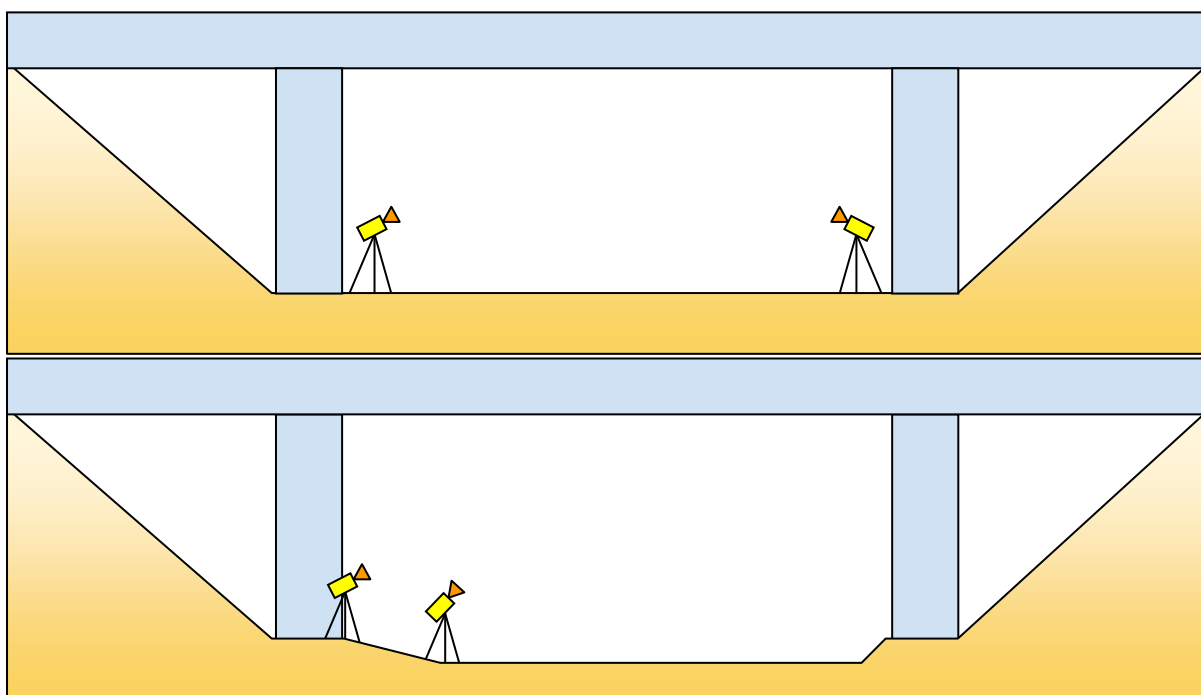
Při měření dvěma radary se předpokládá, že sledovaný most se pohybuje pouze ve dvou směrech, obvykle svisle a podélně, a podle toho se také volí stanoviště radarů. Existují dvě základní možnosti postavení radarů, viz Obr. 6. Základní prioritou, dovolí-li to podmínky měření, je zaměření celého mostu najednou, a to pomocí obou radarů zároveň. Pokud je rozpětí sledovaného pole mostního objektu značně větší než jeho výška nad terénem, bude nutno k zaměření vybrat pouze jeho část. V takovém případě se zaměří ta část nosné konstrukce, kde se předpokládají největší pohyby, tj. zpravidla střední část rozpětí sledovaného pole.

## 6.1. Výběr sledovaných míst a jejich signalizace

Výhodou ocelových mostů je jejich dobrá odrazivost radarových vln. Při volbě stanoviště je nutno dbát na to, aby místa nejlepších odrazů byla dobře identifikovatelná. Tato místa by přitom měla dobře vystihovat předpokládané pohyby mostu. Jejich optimální rozmístění je vhodné konzultovat se statiky přebírajícími výsledky k dalším analýzám. V principu platí, že vyšší počet proměřovaných bodů dává lepší vypovídající schopnost pro určování deformací mostu. U složitějších kovových konstrukcí může dojít k vícenásobným odrazům radarového signálu, což znehodnocuje měřená data vzdálenějších cílů. Jsou-li místa odrazů špatně identifikovatelná, nebo neposkytují-li dostatečně kvalitní odraz v důležitých bodech dobře vystihujících pohyby mostu, lze kvalitu odrazu zvýšit i na ocelových mostech připevněním koutových odražečů na nosnou konstrukci. Koutové odražeče je nutno rozmístit tak, aby nebyly ve stejných spádových oblastech. Rozdíly ve vzdálenostech mezi radarem a jednotlivými koutovými odražeči tedy musí být vždy minimálně 0,75 m.

V případě betonového mostu je potřeba umístit koutové odražeče na všechny body, které je zapotřebí měřit. Jejich poloha se určí tak, aby jejich určené posuny co nejlépe vystihovaly pohyby nosné konstrukce mostu. Protože je měřeno dvěma radary, je potřeba, aby na měřené body bylo vidět z obou stanovisek radarů zároveň. Většinou je potřeba použít na každý měřený bod dvojici koutových odražečů nasměrovanou na oba radary.

Protože při experimentu in situ je velmi obtížné dodržet všechny výše uvedené podmínky, je výhodné k návrhu měřených bodů využít 3D model měřeného mostu, na kterém je možné zobrazit jednotlivé spádové oblasti radarů a zároveň posoudit viditelnost měřených bodů oběma radary.



Obr. 6: Dvě základní konfigurace radarů při měření kmitání mostu: a) radary měří proti sobě – nahoře, b) radary měří z jedné strany mostu – dole.

## 6.2. Umístění radarů

Radary se stativem se umístí na vhodné místo se zpevněným nebo nezpevněným povrchem, ale ne příliš měkkým. Stanoviska radarů by měla ležet přibližně na průsečnici terénu a svislé roviny procházející podélnou osou mostu resp. nejlepšími odraznými místy na mostě. Toto stanovisko bývá obvykle na kraji pole mostu přibližně uprostřed šířky nosné konstrukce. Vhodná konfigurace dvou radarů je vidět na obrázku 6.

Při sledování pohybů s přesností až na setiny mm je nutné dbát zvýšené opatrnosti při zajištění stability radarů při měření. Na místa vybraná pro stanoviska radarů nesmí působit vibrace z okolí zapříčiněné např. těžkými nákladními vozidly projíždějícími přes sledovaný most nebo po blízké komunikaci pod mostem. Je vhodné použít geodetický stativ místo fotostativu dodávaného výrobcem radaru. Před vlastním měřením je potřeba pečlivě zkontrolovat pevnost uchycení radaru ke stativu a pevnost stativu. V zimním období je nutné vyvarovat se možnosti rozmrzání terénu pod nohama stativu, nejlépe umístěním stativu na zpevněný povrch. Také je potřeba dle možností zabránit vlivu tepelných deformací stativu, zejména stanovením vhodné, ne příliš dlouhé, doby trvání měření. V letním období je vhodné stativ chránit před přímým slunečním světlem, v zimním období je nutno stativ před použitím temperovat na teplotu okolního vzduchu. V době měření není vhodné se v okolí stativu s radarem pohybovat a přecházet před anténami v oblasti ozáření.

## 6.3. Příprava, zacílení radarů a stanovení doby trvání měření

Na radar se upevní antény zpravidla typu 5 (IBIS-ANT5-H12V39), jejichž vertikální vyzařovací úhel je větší než horizontální. Zacílení radaru je vhodné provádět při zapnutém přístroji, kdy je možné zároveň sledovat profil odrazivosti zobrazovaný na ovládacím notebooku. Na obrazovce notebooku se nejprve zobrazí síla odraženého signálu. Radar se pak namíří tak, aby síla odraženého signálu byla na měřených bodech co největší. Zároveň však nesmí být radary namířeny přímo na sebe, aby se navzájem nerušily. Odrazy od všech odrazných míst mohou tak být v ideálním případě přibližně stejné kvality. U vzdálených bodů se zvětšují hodnoty projekčního faktoru, což má za následek nižší přesnost promítnutých svislých pohybů. U takovýchto příliš vzdálených bodů je třeba se rozhodnout, zda budou zahrnuty do výsledného vyhodnocení. Zaměření mostu se provede dynamickou metodou, tj. s vysokou frekvencí snímání tak, aby se podrobně zachytily pohyby mostu v čase zatížení. Doba trvání měření je pak vhodné zvolit dostatečně dlouhou, aby se zachytil klidový stav před zatížením, stav v čase zatížení, tlumené dokmitání nosné konstrukce mostu po skončení působení dynamického zatížení a návrat do klidového stavu.

## 6.4. Časová synchronizace radarů

Při měření dvěma radary je potřeba měření časově synchronizovat. Každý radar má svůj obslužný počítač, ze kterého je ovládán a na kterém se ukládají naměřená data. Synchronizovat dva radary tedy znamená synchronizovat systémový čas jejich obslužných počítačů. Obslužný software radaru získává přesný čas z operačního systému počítače a ukládá čas začátku a konce měření do souboru s naměřenými hodnotami z radaru. Porovnáním časových údajů uložených v souborech s měřením je tedy možné identifikovat měřené hodnoty, které byly pořízeny ve stejný okamžik.

Pro synchronizaci obslužných počítačů radarů lze použít protokol NTP (Network Time Protocol). Obslužné počítače mají operační systém Windows 10, který obsahuje NTP server a klient, takže k synchronizaci dvou počítačů není potřeba instalovat další software a stačí jen správně nakonfigurovat tyto systémové prostředky.

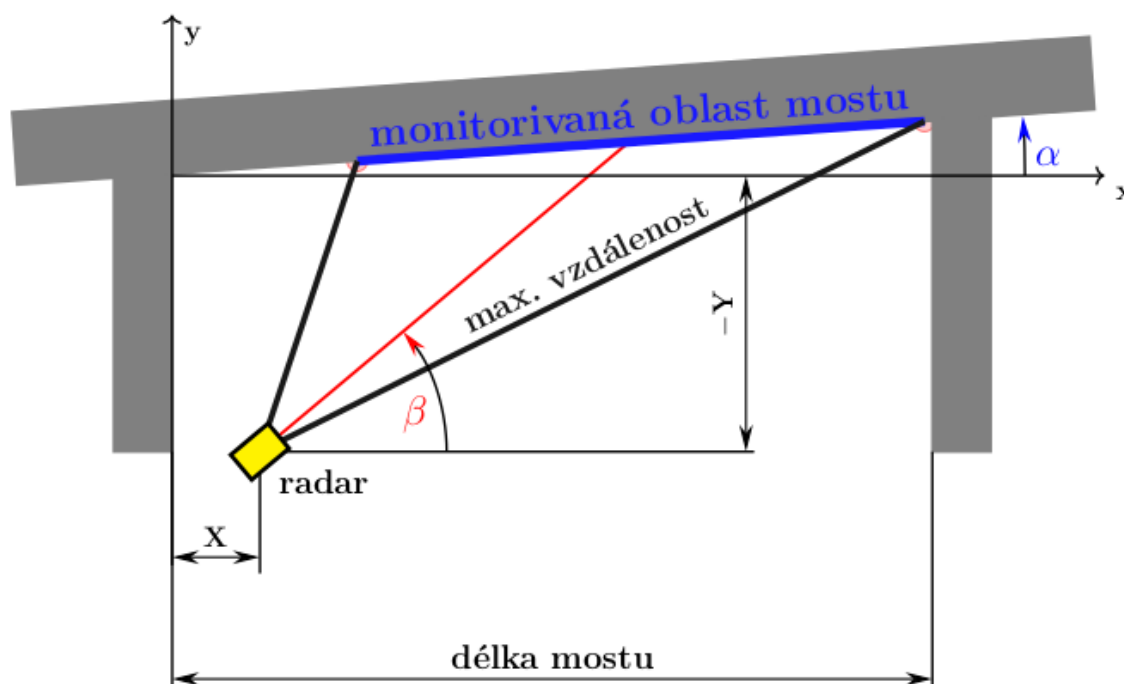
Oba počítače musí dohromady tvořit počítačovou síť (být navzájem propojeny datovým spojením), kterou je třeba vhodně nakonfigurovat. Aby oba počítače mohly spolu v této síti komunikovat, je nutné, aby oba měly svoji IP adresu.

Rozdíl časů obou počítačů se získá pomocí příkazu `w32tm` s příslušnými parametry.

Tento příkaz potom v pravidelných intervalech zobrazuje rozdíl časů lokálního a vzdáleného počítače. Rozdíly je možné ukládat do souboru. Pomocí těchto hodnot se potom synchronizuje měření obou radarů.

## 6.5. Nastavení parametrů měření radarem

Vlastní měření se spouští v programu IBIS Surveyor. Nejprve je nutné nastavit některé parametry měření a geometrické konfigurace. Geometrická konfigurace slouží programu pouze pro jednoduchý převod LOS posunů na svislé. Tento převod je z pohledu měření dvěma radary považován za pouze přibližný, pro finální výpočet posunů se použijí hodnoty geometrické konfigurace odečtené z 3D modelu.



Obr. 7: Znárodnění geometrických parametrů zadávaných v programu IBIS Surveyor

### **Zadávanými geometrickými parametry jsou:**

a) Délka mostu resp. délka měřením dotčeného úseku mostu (Structure Length)

Tento parametr slouží zejména ke grafickému znázornění situace a staničení koutových odražečů od zvoleného počátku.

b) Podélný sklon mostu  $\alpha$  (Structure Angle)

Podélný sklon některých mostů je tak malý, že je možné jej zanedbat. Sklon ovlivní převýšení mezi odraznými místy a radarem a tím i projekční faktor u těch odrazných míst, kde je toto převýšení odlišné od souřadnice Y radaru.

c) Souřadnice X a Y radaru (X IBIS Coord. a Y IBIS Coord.)

Souřadnice X je vodorovná vzdálenost mezi radarem a počátkem sledovaného pole mostu. Souřadnice Y je převýšení mezi radarem a mostovkou na počátku sledovaného pole mostu. Souřadnice X slouží zejména ke grafickému znázornění situace, souřadnice Y slouží k určení projekčního faktoru pro výpočet svislých pohybů.

d) Výškový náklon radaru  $\beta$  (Vertical Tilt)

Je to výškový úhel střední záměrné přímky radaru (podélné osy antén). Slouží zejména ke grafickému znázornění situace a normalizovaného grafu závislosti ztráty antény na úhlu od podélné osy antény. Jeho přibližnou hodnotu ve stupních je možno odečíst ze stupnice 3D hlavy stativu radaru nebo změřit pomocí ručního sklonoměru.

Dále je před měřením nutné nastavit parametry radaru:

a) Maximální rozsah záznamu měřených dat (Max Distance)

Maximální radiální vzdálenost, v jejímž rozsahu jsou zaznamenávána data, je dána šikmou délkou mezi radarem a nejvzdálenějším odrazným místem. Do programu je vhodné zadat o trochu vyšší hodnotu.

b) Velikost spádové oblasti (Distance Resolution)

Nastaví se co nejmenší přípustná hodnota. V Evropské unii je to u tohoto radaru 0,75 m.

c) Typ antény (Antenna Type)

Nastaví se správný typ antény, která je na radaru připevněná.

d) Frekvence snímání měření (Sampling Frequency)

Je závislá na "Maximální rozsah záznamu měřených dat". Do 180 m je maximální frekvence 200 Hz, pro větší rozsah se frekvence zmenšuje. Tuto frekvenci je potřeba zvolit s ohledem na to že měří dva radary zároveň a mohou se navzájem rušit. Proto je vhodné, aby frekvence měření nebyla stejná a zároveň se příliš nelišila. Ideální je rozdíl frekvencí 1 Hz.

e) Doba trvání měření (Survey duration)

Doba trvání měření se vhodně zvolí dle intenzity provozu na mostě tak, aby se zachytily poklesy způsobené průjezdem vozidel. Lze nastavit konkrétní hodnotu nebo se měření ukončí manuálně.

Po nastavení těchto parametrů se spustí měření a obslužný program zobrazuje aktuální pohyby ve zvolených spádových oblastech. Zároveň ukládá měřená data do souboru.

## 6.6. Doplnkové činnosti

### a) Měření geometrických parametrů pro program IBIS Surveyor

Toto měření slouží k určení hodnot geometrických parametrů, které je nutno zadat do programu IBIS Surveyor. Provede se po postavení radaru, ale ještě před vlastním zahájením měření radarem. Hodnoty geometrické konfigurace zadávané v terénu do programu IBIS Surveyor lze později při zpracování programem IBIS Data Viewer změnit. K určení geometrických parametrů stačí ruční dálkoměr případně pásmo. Toto měření může též posloužit ke kontrolní identifikaci odrazných míst. Odrazná místa se v profilu odrazivosti zobrazovaném programem IBIS Surveyor zobrazí jako výrazná maxima.

### b) Vytvoření 3D modelu měřeného mostu

Je výhodné vytvořit 3D model měřeného mostu a jeho blízkého okolí. Na 3D modelu lze jednoduše (např. barevně) zvýraznit jednotlivé spádové oblasti obou radarů a zjistit tak přesněji místa s nejsilnějším odrazem radarového signálu. Především se tak ale s jistotou určí konkrétní části konstrukce měřeného mostu odpovídající jednotlivým spádovým oblastem. 3D model je výhodné vytvořit laserovým skenováním popřípadě průsekovou fotogrammetrií či kombinací obou metod. Lze však samozřejmě v případě jednodušších tvarů konstrukcí mostů použít i prostorové zaměření totální geodetickou stanicí.

### c) Videozáznam z průběhu měření

Pro dokumentaci a následnou prezentaci je dobré pořídít videozáznam mostu při měření. Před začátkem měření je potřeba synchronizovat čas videokamery s časem obslužného notebooku.

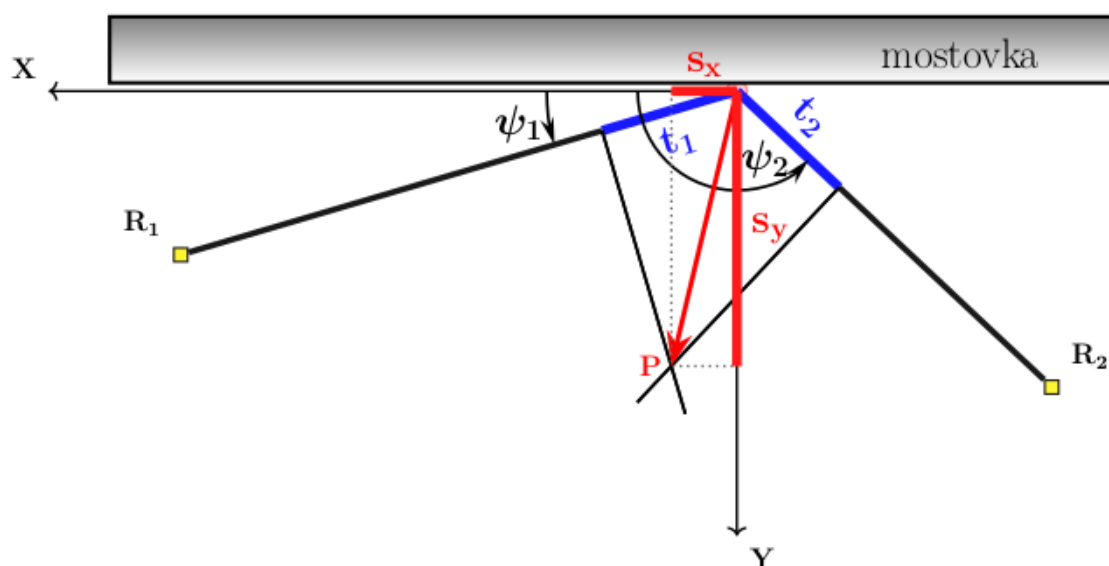
### d) Fotodokumentace

Je zapotřebí provést i fotodokumentaci vlastního měření, ze které bude zřejmé postavení obou radarů vůči sobě i vůči měřenému mostu a okolí. Dále i způsob osazení koutových odražečů, popřípadě místa nosné konstrukce mostu poskytující nejlepší odrazy signálu. Zachyceny by měly být i pohledy radarů na nosné konstrukci mostu.

## 7. Zpracování a vyhodnocení měření

### 7.1. Určení posunů současně v podélném i svislém směru

Pokud je určitá část mostovky ozářena současně oběma radary, je možné určit vektory posunutí bodů na této části mostu v podélném i svislém směru, a to za předpokladu, že vektor posunutí určitého monitorovaného bodu na nosné konstrukci mostu leží v rovině dané polohou obou radarů a oním monitorovaným bodem. To znamená, že při postavení obou radarů pod nosnou konstrukcí mostu, je tato rovina svislá. Složky vektoru posunutí bodu na nosné konstrukci lze pak vypočítat pomocí svislých směrů spojnic obou radarů se sledovaným bodem a pomocí jeho naměřených LOS posunů. Vztah vektoru posunutí, směrů spojnic („záměr“) a LOS posunů ve svislé rovině procházející oběma radary je znázorněn na obrázku 8.



Obr. 8: Vztah LOS posunů  $t_1$ ,  $t_2$  a určovaného posunutí  $s_x$ ,  $s_y$ . Body  $R_1$ ,  $R_2$  vyznačují polohu radarů.

Monitorovaný bod nosné konstrukce se ve skutečnosti nemusí posouvat jen ve svislé rovině dané polohou obou radarů, protože se může vychylovat i do strany. Proto nemůžeme jeho posun určený ve svislé rovině postupem uvedeným v této kapitole nazývat „skutečným“ (3D reálným) posunem, ale pouze „určovaným posunem“, popřípadě jen „posunem“ (viz kapitola 4 d) a 4 e)). Zdánlivý posun ve směru spojnice radaru a monitorovaného bodu, budeme důsledně nazývat LOS posunem.

#### 7.1.1. Výpočet vektoru posunutí

Složky vektoru určovaného posunutí monitorovaného bodu na nosné konstrukci mostu se dají snadno vypočítat podle následujících vzorců.

$$\begin{aligned} s_X &= \frac{t_1 \sin(\psi_2) - t_2 \sin(\psi_1)}{\sin(\psi_2 - \psi_1)} \\ s_Y &= \frac{-t_1 \cos(\psi_2) + t_2 \cos(\psi_1)}{\sin(\psi_2 - \psi_1)} \end{aligned} \quad (1)$$

kde

- $t_1, t_2$  ... naměřené LOS posuny oběma radary,
- $\psi_1, \psi_2$  ... směry záměr radarů,
- $s_X, s_Y$  ... kartézské souřadnice bodu  $P$  (vektoru určovaného posunutí).

Souřadnicový systém, vzhledem k němuž jsou vztaženy složky vektoru určovaného posunutí, má osu  $x$  vodorovnou a osu  $y$  svislou, počátek je v bodě (na nosné konstrukci mostu), jehož posuny jsou sledovány.

Vzorce (1) lze snadno odvodit z obrázku 8. S výhodou se přitom použije známé vlastnosti skalárního součinu dvou vektorů. Pro skalární součin vektorů  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{s}$ , které spolu svírají úhel  $\omega$ , totiž platí:

$$(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = r_X s_X + r_Y s_Y = \|\mathbf{r}\| \cdot \|\mathbf{s}\| \cdot \cos \omega,$$

kde

- $r_X, r_Y$  ... souřadnice vektoru  $\mathbf{r}$ ,
- $s_X, s_Y$  ... souřadnice vektoru  $\mathbf{s}$ ,
- $\|\mathbf{r}\|$  ... velikost vektoru  $\mathbf{r}$ ,
- $\|\mathbf{s}\|$  ... velikost vektoru  $\mathbf{s}$ ,
- $\omega$  ... úhel vektorů  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{s}$ .

Pokud vektor  $\mathbf{s}$  představuje vektor určovaného posunutí a vektor  $\mathbf{r}$  je jednotkový vektor ve směru  $\psi_i$ , jehož souřadnice jsou  $[\cos(\psi_i), \sin(\psi_i)]$ , pak výše uvedená vlastnost skalárního součinu přejde v rovnost

$$s_X \cos \psi_i + s_Y \sin \psi_i = \|\mathbf{s}\| \cdot 1 \cdot \cos \omega_i. \quad (2)$$

Na obrázku 8 je vidět, že platí

$$\cos \omega_i = \frac{t_i}{\|\mathbf{s}\|},$$

což umožní v rovnosti (2) pokračovat a zjednodušit ji na tvar

$$s_X \cos \psi_i + s_Y \sin \psi_i = t_i.$$

Tato rovnost rozepsaná pro  $i \in \{1, 2\}$  je vlastně soustava dvou rovnic pro neznámé souřadnice  $s_X, s_Y$ .

$$\begin{aligned} s_X \cos \psi_1 + s_Y \sin \psi_1 &= t_1 \\ s_X \cos \psi_2 + s_Y \sin \psi_2 &= t_2 \end{aligned} \quad (3)$$

Řešení této soustavy rovnic vede ke vzorcům (1). Tím je dokázána správnost vzorců (1) pro určení vektoru posunutí.

Pro v další kapitole uvedenou analýzu přesnosti tohoto určení je vhodné vyjádřit vektor posunutí v jiném tvaru než je (1). Směry záměr  $\psi_1, \psi_2$  jsou totiž svázány se souřadnicemi radarů podle vztahu

$$[\cos(\psi_i), \sin(\psi_i)] = \frac{[x_i, y_i]}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}} =: \mathbf{r}_i^T,$$

kde

$x_i, y_i$  ... souřadnice  $i$ -tého radaru ( $i \in \{1, 2\}$ ) v souřadnicovém systému s počátkem v zaměřovaném bodě,

$\mathbf{r}_i^T$  ... řádkový jednotkový vektor směřující k  $i$ -tému radaru,  $\mathbf{r}_i^T := [\cos(\psi_i), \sin(\psi_i)]$ ,  $i \in \{1, 2\}$ .

Přesnost směrů záměr  $\psi_1, \psi_2$  je tedy dána přesností souřadnic radarů  $x_i, y_i$ ,  $i \in \{1, 2\}$ . Je proto vhodné vyjádřit vektor posunutí s pomocí souřadnic radarů.

Obě rovnice soustavy (3) jsou lineární, a proto lze tuto soustavu přehledně zapsat v maticovém tvaru

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_1^T \\ \mathbf{r}_2^T \end{bmatrix} \cdot \mathbf{s} = \mathbf{t}, \quad (4)$$

kde

$\mathbf{s}$  ... sloupcový vektor určovaného posunutí,  $\mathbf{s} := [s_x, s_y]^T$ ,

$\mathbf{t}$  ... sloupcový aritmetický vektor naměřených LOS posunů,  $\mathbf{t} := [t_1, t_2]^T$ .

Řešením soustavy lineárních rovnic (4) je maticová rovnost

$$\mathbf{s} = \frac{1}{\mathbf{r}_2^T \cdot \mathbf{r}_1^\perp} [-\mathbf{r}_2^\perp, \mathbf{r}_1^\perp] \cdot \mathbf{t}, \quad (5)$$

v níž symboly  $\mathbf{r}_1^\perp, \mathbf{r}_2^\perp$  představují vektory kolmé k vektorům  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ . Operátor kolmosti  $^\perp$  je pro obecný rovinný vektor  $\mathbf{v} = [v_x, v_y] \in R^2$  definován rovností:

$$\mathbf{v}^\perp := [-v_y, v_x].$$

Vztah (5) je ekvivalentní vzorcům (1). Tyto vzorce lze též odvodit pomocí geodetické operace protínání z orientovaných směrů, které se protínají v bodě  $P$ . Tento geodetický způsob odvození je však poněkud delší a proto ho zde nebudeme uvádět.

Při použití vektorového značení

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i &:= [x_i, y_i]^T \\ \|\mathbf{x}_i\| &:= \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \\ \mathbf{u} &:= [t_1, t_2, x_1, y_1, x_2, y_2] \end{aligned}$$

lze do vztahu (5) za vektory  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$  dosadit,

$$\mathbf{r}_i = \frac{\mathbf{x}_i}{\|\mathbf{x}_i\|}$$

a vyjádřit souřadnice vektoru určovaného posunutí jako zobrazení

$$\mathbf{s}: R^6 \rightarrow R^2: \mathbf{u} \mapsto \mathbf{s}(\mathbf{u}) = \frac{1}{\mathbf{x}_2^T \cdot \mathbf{x}_1^\perp} [-\|\mathbf{x}_1\| \mathbf{x}_2^\perp, \|\mathbf{x}_2\| \mathbf{x}_1^\perp] \cdot \mathbf{t}. \quad (6)$$

## 7.2. Rozbor přesnosti určení vektoru posunutí

Přesnost určení vektoru posunutí závisí především na velikosti směrů záměr od obou radarů  $\psi_1, \psi_2$  a na měřených hodnotách LOS posunů  $t_1, t_2$ , jak udávají vzorce (1), a také na přesnosti měření LOS posunů  $t_1, t_2$  a na přesnosti určení směrů  $\psi_1, \psi_2$ .

Na přesnost určení vektoru posunutí naopak nemá vliv velikost spádové oblasti, tzv.  $R_{\text{bin}} \Delta R = 0,75m$ . Tato hodnota vyjadřuje neurčitost polohy monitorovaného bodu. Je možné velmi přesně určit vektor posunutí bodu na mostě a správně odhadnout přesnost jeho určení, avšak přitom nelze identifikovat polohu tohoto posunujícího se bodu lépe než s řádově metrovou rozlišovací schopností. Tento problém je způsoben nejen velikostí spádové oblasti  $\Delta R$ , ale též rozdílnou odrazivostí materiálu a složitostí konstrukce v části mostovky v dané spádové oblasti. Řešení tohoto problému by bylo možné s pomocí speciálního matematicko-statistického postupu (tzv. spatial statistics) a s dodatečnými předpoklady o rozložení odrazivosti v monitorované oblasti mostu. Tento postup však nelze použít pro jeden izolovaný úsek mostovky v rámci jedné nebo dvou spádových oblastí, ale je při něm nutné využít několika měřených LOS posunů v souvislé řadě za sebou. Aplikace zmíněného postupu je mimo rozsah této Technologie. Neurčitost identifikace posunujícího se bodu tedy není předmětem tohoto rozboru přesnosti.

Dalším problémem, který nastává při analýze přesnosti posunů, je vzájemné ovlivňování obou radarů. K tomu může dojít, pokud jsou antény radarů nasměrovány proti sobě a jejich záměry jsou téměř vodorovné. V takovém případě jeden radar přijímá záření druhého radaru a nedokáže je odlišit od odraženého záření, které vyslal. Tomu lze částečně předejít umístěním radarů za sebe tak, aby oba mířily stejným směrem pod dostatečně rozdílným vertikálním směrem záměry. To však přináší další problémy, neboť obvykle nebývá pod mostem dost místa na to, aby radary byly od sebe přiměřeně vzdáleny. Přílišná blízkost radarů totiž znamená malý úhel mezi jejich záměry, což zvyšuje riziko vzájemného ovlivňování v důsledku přijetí odraženého signálu jednoho radaru druhým radarem. Navíc příliš ostrý svislý úhel mezi směry LOS posunů zhoršuje přesnost určení vektoru posunutí.

Z výše zmíněných důvodů nemůže předkládaný rozbor přesnosti postihnout všechny vlivy, které na proces určování vektoru posunutí působí. Rozbor přesnosti je proto založen pouze na vztazích (1) a na přesnosti veličin  $t_1, t_2, \psi_1, \psi_2$ . Přesnost směrů  $\psi_1, \psi_2$  je dána přesností určení polohy radarů vůči zaměřovanému bodu. Ke stanovení přesnosti vektoru posunutí je tedy nutno znát hodnoty LOS posunů  $t_1, t_2$ , souřadnice polohy obou radarů a jejich charakteristiky přesnosti. Ovšem s ohledem na výše zmíněnou neurčitost identifikace polohy posunujícího se (zaměřovaného) bodu, je stanovení charakteristik přesnosti souřadnic polohy obou radarů velmi problematické, neboť tato neurčitost ovlivňuje polohu počátku souřadnicového systému, ve kterém se určuje poloha obou radarů (viz Obr. 7). Toto je třeba mít na paměti při dalších úvahách. Předpokládáme, že tyto charakteristiky přesnosti jsou dány ve formě kovarianční matice  $\mathbf{C}_u$

$$\mathbf{C}_u := \begin{bmatrix} \mathbf{C}_t & , & \mathbf{O}_{2,4} \\ \mathbf{O}_{4,2} & , & \mathbf{C}_{xy} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

kde

- $\mathbf{C}_u$  ... kovarianční matice vektoru  $\mathbf{u}$ ,
- $\mathbf{C}_t$  ... známá kovarianční matice LOS posunů  $[t_1, t_2]$ ,
- $\mathbf{O}_{2,4}$  ... nulová matice typu  $2 \times 4$  (o 2 řádkách a 4 sloupcích),
- $\mathbf{O}_{4,2}$  ... nulová matice typu  $4 \times 2$ ,
- $\mathbf{C}_{xy}$  ... kovarianční matice souřadnic obou radarů, tj. kovarianční matice vektoru  $[x_1, y_1, x_2, y_2]$ .

Kovarianční matici složek vektoru posunutí, označme ji  $\mathbf{C}_s$ , lze pak snadno určit pomocí zákona hromadění kovariancí.

$$\mathbf{C}_s = \mathbf{J}_u \cdot \mathbf{C}_u \cdot \mathbf{J}_u^T, \quad (8)$$

kde

- $\mathbf{J}_u$  ... Jacobiho matice zobrazení  $s$  daného vztahem (6),  $\mathbf{J}_u := \frac{\partial s}{\partial \mathbf{u}}$ ,
- $\mathbf{u}$  ... vektor měřených veličin,  $\mathbf{u} := [t_1, t_2, x_1, y_1, x_2, y_2]$ ,
- $\mathbf{C}_u$  ... známá kovarianční matice vektoru  $\mathbf{u}$ .

### 7.2.1. Příklad zanedbání nepřesnosti směrů LOS posunů

Pokud by souřadnice  $x_1, y_1, x_2, y_2$  obou radarů byly změřeny bezchybně (zanedbáme jejich chyby), byly by také směry  $\psi_1, \psi_2$  určeny absolutně přesně a tudíž by byly absolutně přesné i vektory  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ . V takovém případě by kovarianční matice  $\mathbf{C}_{xy}$  byla nulová a v Jacobiho matici  $\mathbf{J}_u$  by se anulovaly derivace podle souřadnic  $x_1, y_1, x_2, y_2$ , neboť tyto souřadnice by byly konstantní. Jacobiho matice  $\mathbf{J}_u$  by tedy měla tvar

$$\mathbf{J}_u = \frac{1}{r_D} \begin{bmatrix} r_{2,Y} & , & -r_{1,Y} & , & 0 & , & 0 & , & 0 & , & 0 \\ -r_{2,X} & , & r_{1,X} & , & 0 & , & 0 & , & 0 & , & 0 \end{bmatrix},$$

kde

$$r_D := r_{1,X}r_{2,Y} - r_{2,X}r_{1,Y} = \mathbf{r}_2^T \cdot \mathbf{r}_1^\perp.$$

V tomto zjednodušeném případě by se v zákoně hromadění kovariancí (8) neuplatnila celá kovarianční matice (7), ale jen její submatice  $\mathbf{C}_t$ , a místo Jacobiho matice  $\mathbf{J}_u$  o rozměrech  $2 \times 6$  by tam vystupovala menší Jacobiho matice  $\mathbf{J}_t$  o rozměrech  $2 \times 2$

$$\mathbf{J}_t := \frac{1}{r_D} \begin{bmatrix} r_{2,Y} & , & -r_{1,Y} \\ -r_{2,X} & , & r_{1,X} \end{bmatrix} = \frac{1}{r_D} [-\mathbf{r}_2^\perp, \mathbf{r}_1^\perp]. \quad (9)$$

Zákon hromadění kovariancí by pak měl tvar

$$\mathbf{C}_s = \mathbf{J}_t \cdot \mathbf{C}_t \cdot \mathbf{J}_t^T. \quad (10)$$

Výslednou kovarianční matici  $\mathbf{C}_s$  můžeme názorně zobrazit prostřednictvím střední elipsy chyb. Přičemž rozměry a orientaci střední elipsy chyb příslušné ke kovarianční matici

$$\mathbf{C}_s =: \begin{bmatrix} c_{1,1} & , & c_{1,2} \\ c_{1,2} & , & c_{2,2} \end{bmatrix}$$

lze vypočítat podle vzorců:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{c_{1,1} + c_{2,2} + D}{2}}, \\ b &= \sqrt{\frac{c_{1,1} + c_{2,2} - D}{2}}, \\ \varphi &= \frac{1}{2} \left( \arctan\left(\frac{2c_{1,2}}{c_{1,1} - c_{2,2}}\right) + \pi \cdot \text{ind}(c_{1,1} - c_{2,2} < 0) \right), \end{aligned} \quad (11)$$

kde

$a$  ... velikost hlavní poloosy elipsy,

$b$  ... velikost vedlejší poloosy elipsy,

$\varphi$  ... úhel stočení hlavní poloosy elipsy,

$D$  ... diskriminant kovarianční matice,  $D = \sqrt{(c_{1,1} - c_{2,2})^2 + 4c_{1,2}^2}$ ,

$\text{ind}$  ... indikátor pravdivosti,  $\text{ind}(\text{pravda}) := 1$ ,  $\text{ind}(\text{nepravda}) := 0$ .

Tato elipsa chyb je stejná pro různé vektory posunutí, neboť Jacobiho matice  $\mathbf{J}_t$  nezávisí na vektoru  $\mathbf{s}$ . Ukazuje to obrázek 9, na němž středy elips jsou v koncovém bodě příslušného vektoru posunutí  $\mathbf{s}$ . Záměry radarů jsou na něm vyznačeny červenými úsečkami. Střední elipsy chyb odpovídají přesnosti měření LOS posunů 0.02 mm a jsou zakresleny v měřítku 10:1.

### 7.2.2. Příklad uvažování nepřesnosti směrů LOS posunů

V obecném případě, kdy uvažujeme i nepřesnosti směrů LOS posunů, je charakteristikou přesnosti vstupních měřených veličin  $t_1, t_2, x_1, y_1, x_2, y_2$  plná kovarianční matice  $\mathbf{C}_u$ . V tomto případě je třeba určit Jacobiho matici  $\mathbf{J}_u$  derivováním vektoru  $\mathbf{s}$  podle všech složek vektoru  $\mathbf{u}$ . Je výhodné rozdělit ji na 3 submatice typu  $2 \times 2$ .

$$\mathbf{J}_u =: [\mathbf{J}_t, \mathbf{J}_{xy,1}, \mathbf{J}_{xy,2}] \quad (12)$$

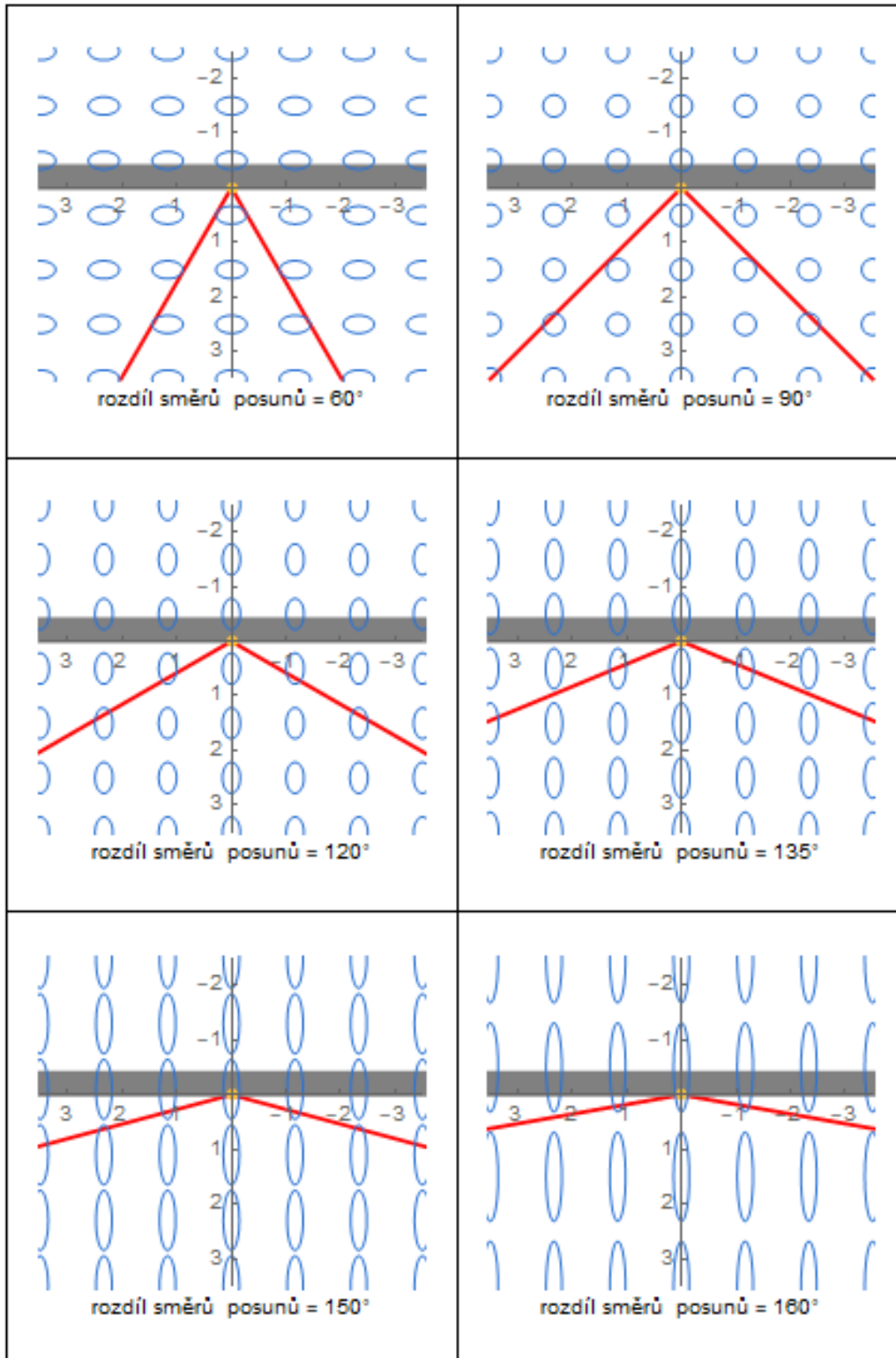
Submatice  $\mathbf{J}_t$  byla zavedena vztahem (9), submatice  $\mathbf{J}_{xy,i}$  lze pro  $i \in \{1,2\}$  vypočítat podle vzorce

$$\mathbf{J}_{xy,i} = \frac{t_{3-i} \mathbf{r}_i \cdot \mathbf{r}_i^T \cdot \begin{bmatrix} 0 & , & (-1)^i \\ (-1)^{3-i} & , & 0 \end{bmatrix} + \mathbf{s} \cdot (r_D \mathbf{r}_i - (-1)^i \mathbf{r}_{3-i}^\perp)^T}{r_D \sqrt{x_i^2 + y_i^2}} \quad (13)$$

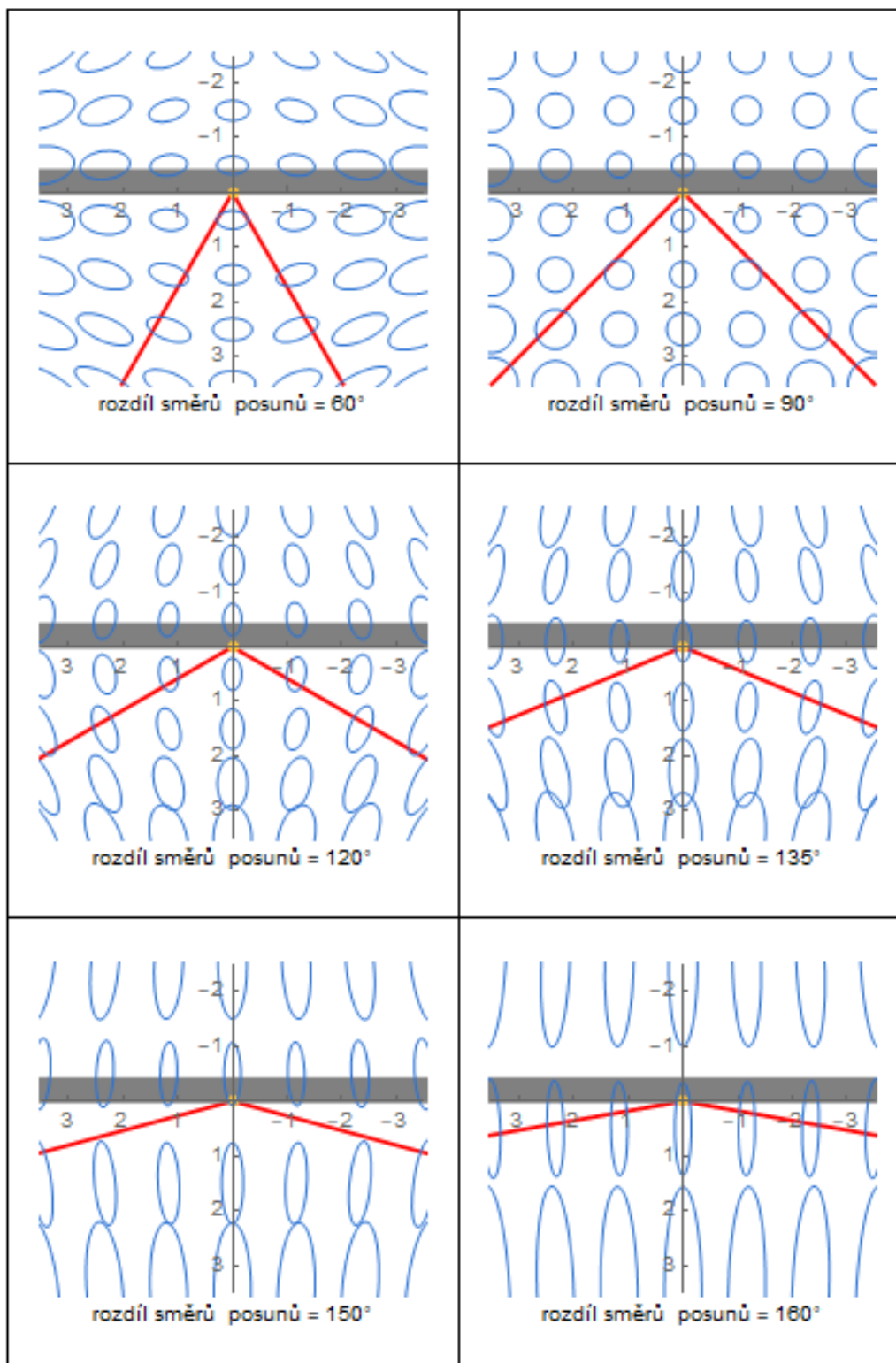
Dosazením matice  $\mathbf{J}_{xy,i}$  pro  $i \in \{1,2\}$  do (12) vznikne matice  $\mathbf{J}_u$  potřebná pro vyčíslení kovarianční matice  $\mathbf{C}_s$  podle vztahu (8).

I v tomto obecnějším případě můžeme kovarianční matici  $C_s$  názorně zobrazit prostřednictvím střední elipsy chyb. Její parametry lze určit podle vzorců (11). Tato elipsa chyb je však již závislá na velikosti a směru vektoru posunutí. Ukazuje to obrázek 10. Na něm jsou zakresleny střední elipsy chyb pro případ, kdy přesnost určení polohy radarů vůči zaměřovanému bodu je 150 mm a délka záměr od radarů k zaměřovanému bodu je 12 m. Této polohové přesnosti odpovídá směrodatná odchylka směrů záměr  $0,7^\circ$ .

Porovnáním odpovídajících si segmentů obrázků 9 a 10 je dobře vidět, že přesnost určení vektoru posunutí je v případě uvažování chyb v přesnosti směrů LOS posunů nižší než při zanedbání těchto chyb. Na obrázku 10 je rovněž patrné, že přesnost určení vektoru posunutí se snižuje s rostoucí velikostí posunu.

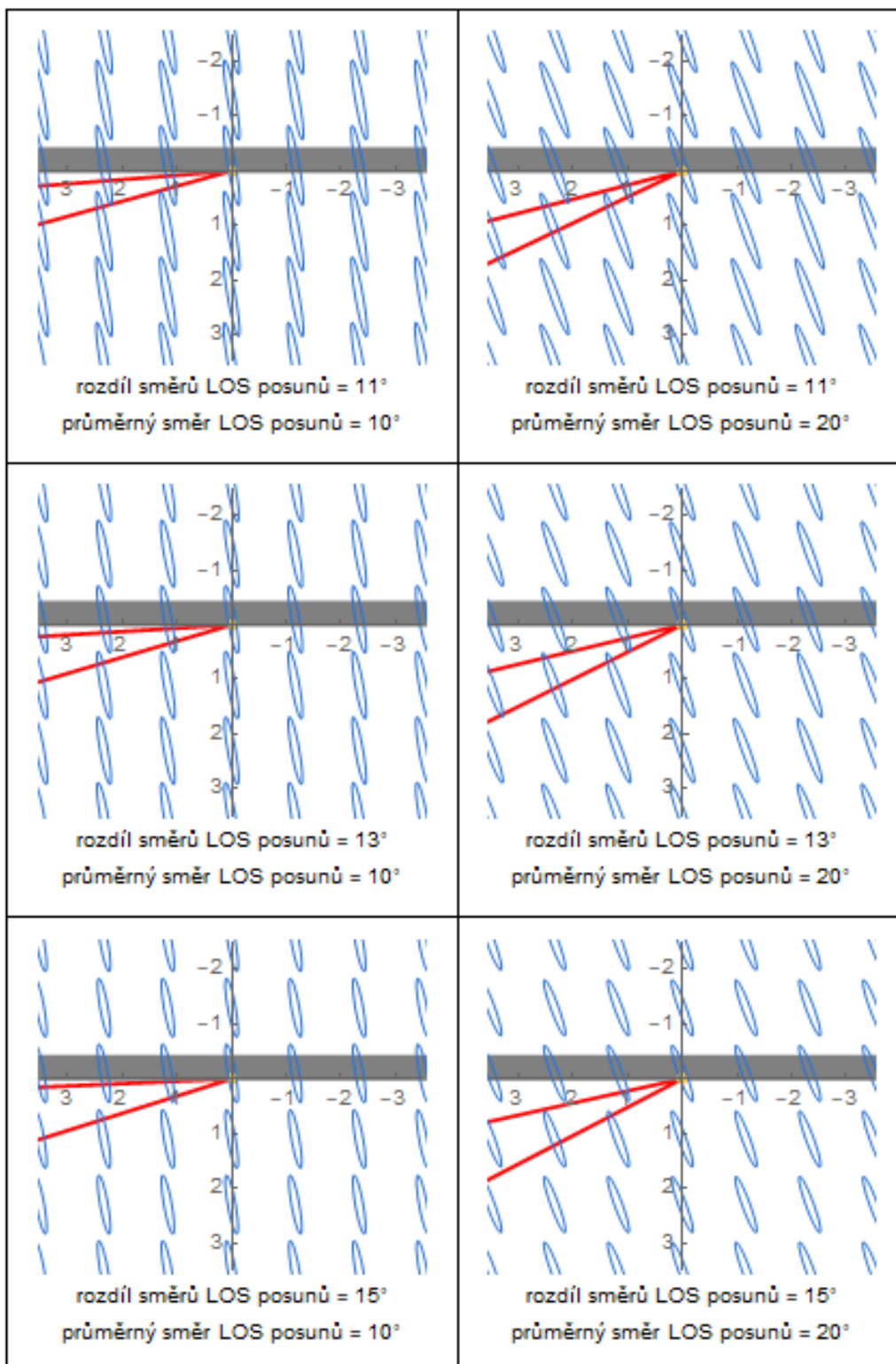


Obr. 9: Přesnost vektoru posunutí pro různé úhly záměr při umístění radarů proti sobě. Směrodatná odchylka LOS posunů je 0,02 mm, nepřesnost směrů LOS posunů byla zanedbána. Měřítko středních elips chyb je 10:1.



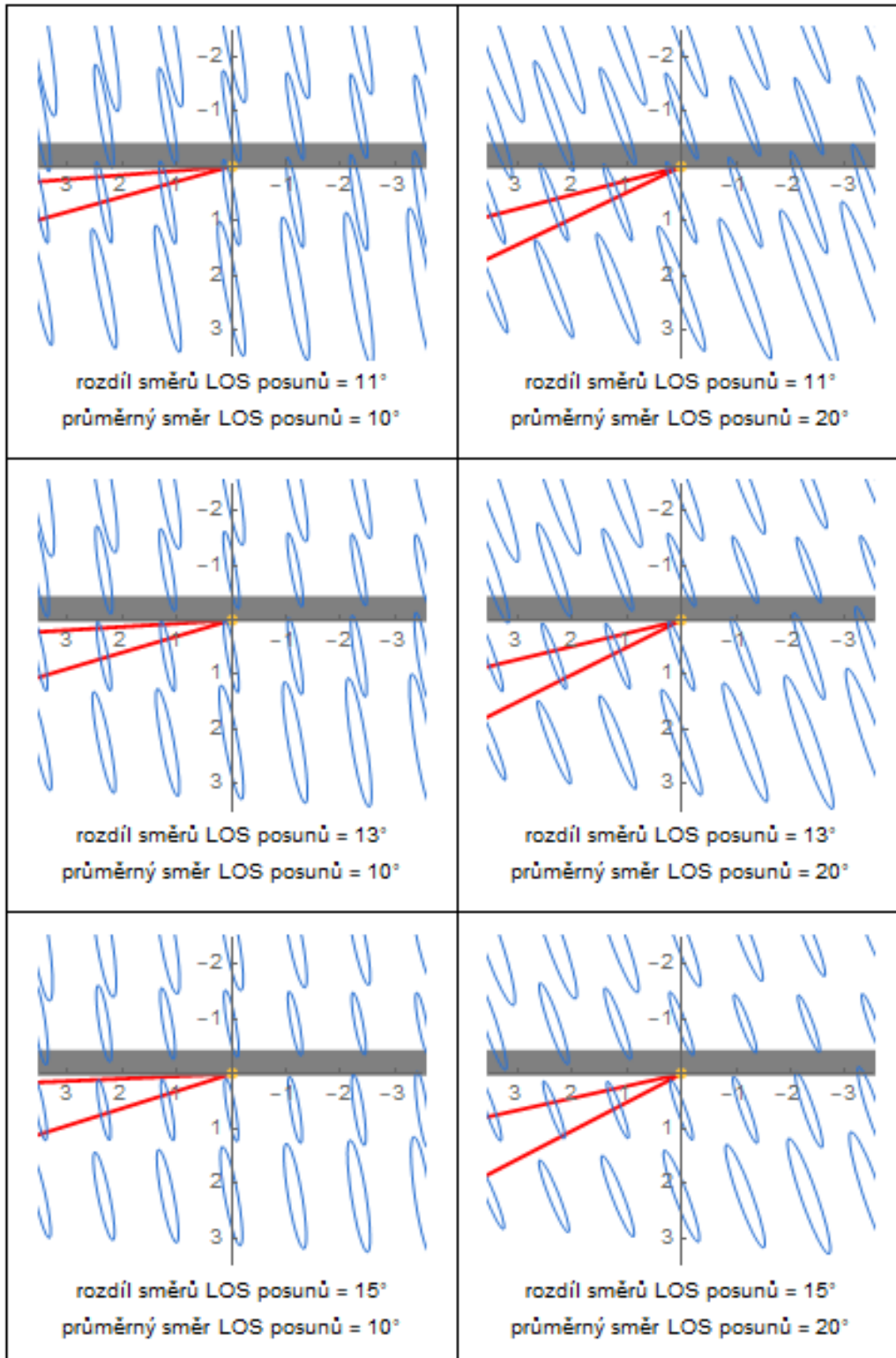
- těleso mostu
- směry LOS posunů
- střední elipsy chyb

Obr. 10: Přesnost vektoru posunutí pro různé úhly záměr při umístění radarů proti sobě. Směrodatná odchylka LOS posunů je 0,02 mm, směry LOS posunů byly určeny s přesností 0,7°. Měřítko středních elips chyb je 10:1.



- těleso mostu
- směry LOS posunů
- střední elipsy chyb

Obr. 11: Přesnost vektoru posunutí při umístění radarů za sebou. Směrodatná odchylka LOS posunů je 0,02 mm, nepřesnost směrů LOS posunů byla zanedbána. Měřítko středních elips chyb je 10:1.



Obr. 12: Přesnost vektoru posunutí při umístění radarů za sebou. Směrodatná odchylka LOS posunů je  $0,02$  mm, směry LOS posunů byly určeny s přesností  $0,7^\circ$ . Měřítka středních elips chyb je  $10:1$ .

### 7.2.3. Příklad umístění radarů za sebou

Pokud není možné umístit každý radar pod opačný konec mostu a je dostatek místa pro oba radary pod jedním krajem sledovaného pole mostu, je výhodné postavit radary za sebe a zaměřit je na nosnou konstrukci mostu ve stejném horizontálním směru. V takovém případě přesnost určení posunů závisí na vzdálenosti obou radarů, neboť ta ovlivňuje vertikální úhel, který svírají jejich záměry. Přesnost vektoru posunutí lze i v tomto případě určit podle vzorce (8). Tuto přesnost znázorněnou pomocí středních elips chyb ukazuje pro různé kombinace směrů záměr radarů obrázek 11 a 12.

Souřadnicové osy v obrázcích 9, 10, 11 a 12 jsou kótovány v mm, měřítko středních elips chyb je 10:1. Vektory posunutí mají koncový bod ve středech elips chyb a počátek v průsečíku záměr radarů (červeně zobrazených). Směrodatná odchylka LOS posunů se ve všech případech předpokládá 0,02 mm.

### 7.2.4. Rozbor přesnosti odděleně ve svislém a v podélném směru

Pokud je v praxi požadováno určit složku vektoru posunutí jen ve svislém nebo podélném směru, lze charakteristiku přesnosti této požadované složky vyjádřit jako varianci marginálního rozdělení pravděpodobnosti vektoru určovaného posunutí. Tato variance je v případě normálního rozdělení pravděpodobnosti dána přímo kovarianční maticí  $C_s$ ; její hodnota se nachází na diagonále matice  $C_s$ . Při označení prvků kovarianční matice

$$\begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} \\ c_{1,2} & c_{2,2} \end{bmatrix} := C_s$$

Lze směrodatnou odchylku podélné (vodorovné) složky posunu určit jako

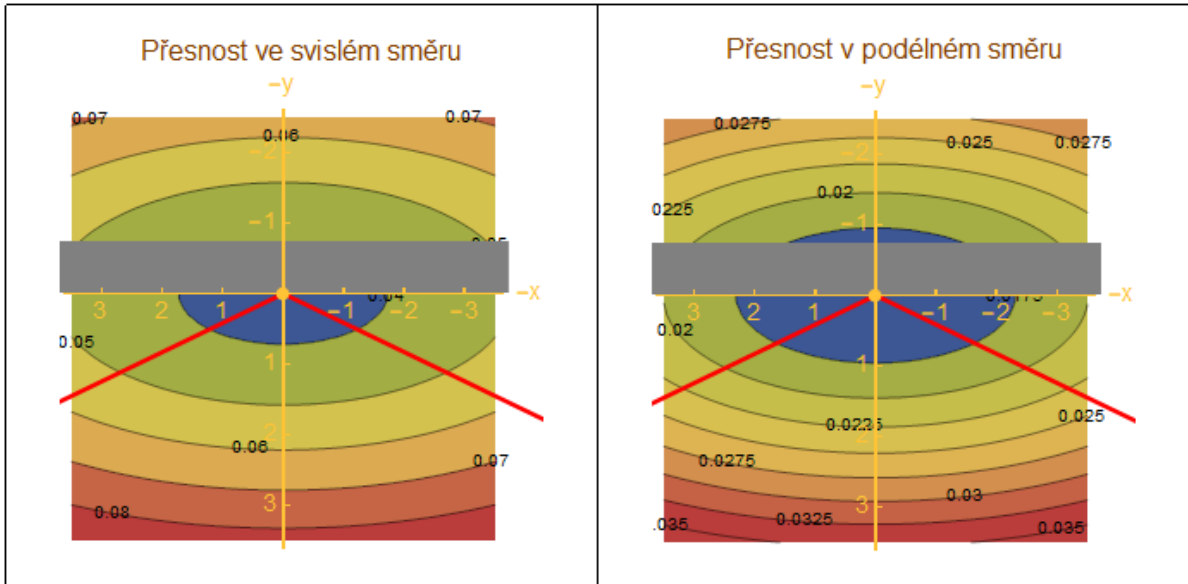
$$\sigma_x = \sqrt{c_{1,1}} .$$

Pro směrodatnou odchylku svislé složky posunu platí

$$\sigma_y = \sqrt{c_{2,2}} .$$

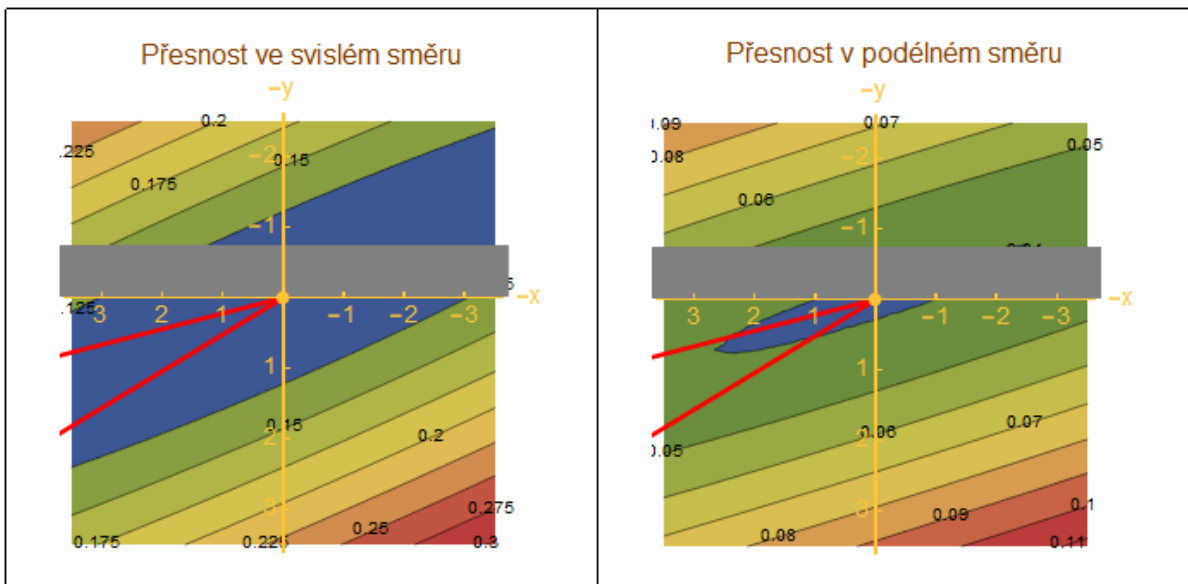
Směrodatné odchylky  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  jsou znázorněny pomocí izočar přesnosti na obrázcích 13, 14.

V případě umístění radarů proti sobě jsou tyto směrodatné odchylky  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  znázorněny na obrázku 13 zvlášť pro svislou složku vektoru posunutí a zvlášť pro podélnou složku. Stejným způsobem jsou tyto směrodatné odchylky znázorněny na obrázku 14 pro případ umístění radarů za sebou. Izočary přesnosti i souřadnicové osy v obrázcích 13, 14 jsou kótovány v mm.



— těleso mostu  
 — směry LOS posunů  
 rozdíl směrů LOS posunů =  $135^\circ$   
 průměrný směr LOS posunů =  $90^\circ$

Obr. 13: Přesnost oddělených složek vektoru posunutí při umístění radarů proti sobě. Směrodatná odchylka LOS posunů je 0,02 mm, směry LOS posunů byly určeny s přesností 0,7°. Hodnoty přesnosti jsou v mm.



— těleso mostu  
 — směry LOS posunů  
 rozdíl směrů LOS posunů =  $15^\circ$   
 průměrný směr LOS posunů =  $20^\circ$

Obr. 14: Přesnost oddělených složek vektoru posunutí při umístění radarů za sebou. Směrodatná odchylka LOS posunů je 0,02 mm, směry LOS posunů byly určeny s přesností 0,7°. Hodnoty přesnosti jsou v mm.

### 7.2.5. Shrnutí poznatků rozboru přesnosti

Charakteristikou přesnosti určení vektoru posunutí je kovarianční matice  $C_s$ . Byla odvozena pro dva případy:

1. Příklad zanedbání nepřesnosti směrů LOS posunů — dána kovarianční matice  $C_t$ , (kapitola 7.2.1)
2. Příklad uvažování nepřesnosti směrů LOS posunů — dány kovarianční matice  $C_t$ ,  $C_{xy}$  (kapitola 7.2.2)

Výpočet kovarianční matice  $C_s$  v obou uvažovaných případech (stručně: zanedbání nepřesnosti směrů, uvažování nepřesnosti směrů) přehledně zobrazuje následující tabulka.

případ	$C_s$	použité substituce
zanedbání nepřesnosti směrů	$J_t \cdot C_t \cdot J_t^T$	(10), (9)
uvažování nepřesnosti směrů	$J_u \cdot C_u \cdot J_u^T$	(8), (7), (12), (9), (13)

Názornou představu o přesnosti určení vektoru posunutí podávají obrázky 9, 10, 11 a 12.

Z nich je patrné, že přesnost složek vektoru posunutí určených podle vzorců (1) závisí především na rozdílu hodnot směrů LOS posunů. Tedy v praxi na volbě postavení (umístění) radarů vůči monitorované mostní konstrukci. Čím více se rozdíl těchto směrů liší od pravého úhlu, tím je přesnost určení vektoru posunutí nižší. Z tohoto důvodu je i postavení radarů proti sobě z hlediska přesnosti výsledků obvykle výhodnější, než při postavení radarů za sebou.

Dále závisí přesnost složek vektoru posunutí i na přesnosti měření LOS posunů. Ta je však v principu dána použitým přístrojovým vybavením (výrobce udává přesnost měření LOS posunů radarem IBIS je 0,02 mm) a v měřické praxi ji lze ovlivnit (nezhorsit) jen zajištěním co nejkvalitnějších odrazů radiového signálu, například umístěním dostatečně velkých koutových odražečů.

## 7.3. Synchronizace naměřených dat

Program IBIS Data Viewer neumožňuje vyhodnocení měření více radary a proto je nutné data z tohoto programu vyexportovat a dále zpracovávat v nějakém jiném vhodném programu. Předtím je ještě nutné vyexportovaná data časově synchronizovat. K tomu je potřeba znát přesný čas začátku a konce měření, který se ukládá s naměřenými daty. Tento přesný čas, ale ukládá pouze nejnovější verze IBIS Surveyor (verze 1.3), takže synchronizaci nelze provádět s daty naměřenými pomocí starších verzí tohoto programu. Pokud z nějakého důvodu není možná časová synchronizace, je možné synchronizovat měření pomocí korelace měřených pohybů z obou radarů. Tato synchronizace ale nebude mít takovou přesnost.

Časový posun měření se vypočte podle vzorce:

$$\Delta s = s_1 - s_2 + \delta$$

kde

$s_1$  – čas začátku měření radaru č. 1,

$s_2$  – čas začátku měření radaru č. 2,

$\delta$  – časový posun mezi hodinami obslužných počítačů jednotlivých radarů, měřený na radaru č. 1.

Pro synchronizaci měřených dat je nutné vytvořit vhodný skript, který umožní spárovat měření z jednotlivých radarů. Tato úloha se může zkomplikovat, pokud frekvence měření obou radarů není totožná. V takovém případě je nutné při párování měření brát v úvahu různé frekvence měření radarů, jinak by vznikl nežádoucí časový posun.

Výpočet svislých a podélných pohybů se následně provede ve vhodném programu (např. MS Excel nebo Matlab) podle vzorce (1).

## 8. Analýza, vyhodnocení a způsob dokumentace výsledků

Program IBIS Data Viewer rozlišuje vyhodnocení výsledků na tzv. dynamickou a modální analýzu. Výpočet lze ale provést vždy pouze pro jeden radar. Můžeme tedy tento program použít pro nezávislý kontrolní přibližný výpočet svislých posunů na totožných sledovaných bodech zvlášť pro každý radar. Následně pak porovnat rozdíly v takto určených svislých posunech z měření mezi oběma radary.

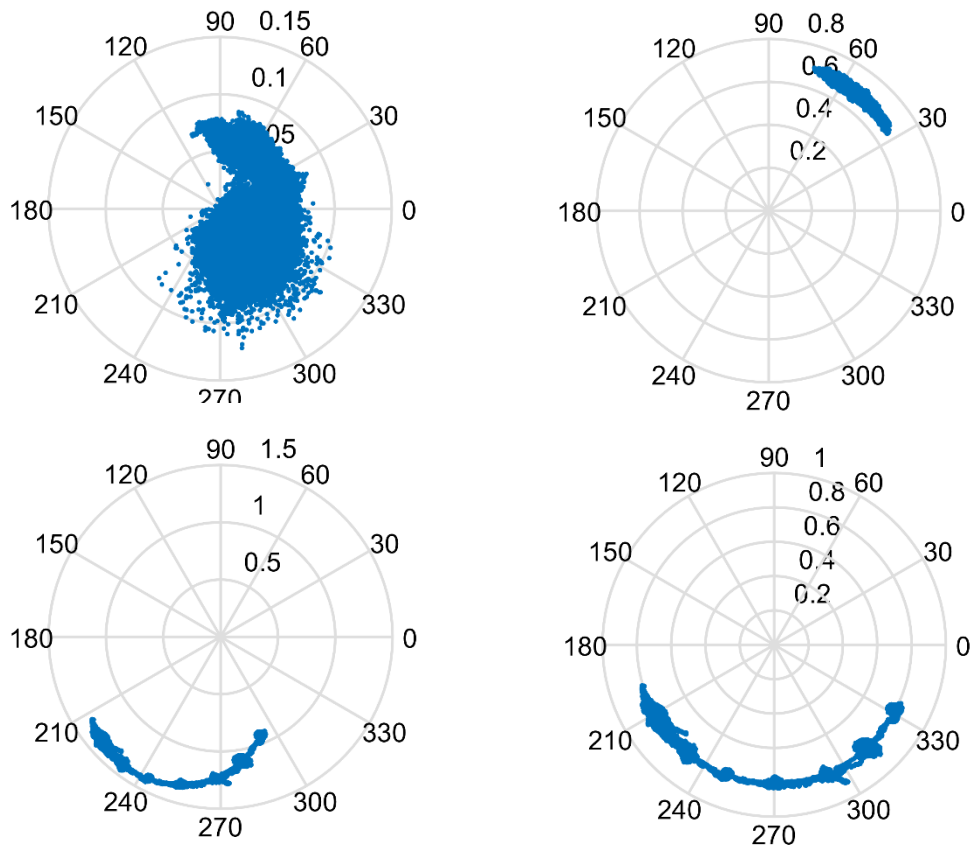
### a) Dynamická analýza

Dynamická analýza vybraných radiálních spádových oblastí slouží k analýze a vyhodnocení výsledků dynamického měření. Při dynamické analýze je možno zobrazit výsledky měření na dvou druzích grafu – polárním a kartézském a exportovat je do grafů a textových souborů. Polární graf zobrazuje amplitudu přijatého odraženého signálu měření jako vzdálenost od středu grafu a fázi jako úhel. Jejich reprezentace jako komplexní číslo se poté nazývá fázor. Tento graf slouží zejména k posouzení kvality sledovaných bodů.

Dynamická analýza obsahuje důležitou funkci „Remove Clutter“, která umožňuje z měření odstranit statickou složku způsobenou přítomností silného stabilního odražeče v dané radiální spádové oblasti tím, že posune střed rotujícího fázoru do středu polárních os viz obr.15.

Dalšími výstupy jsou kartézské grafy časové závislosti amplitudy fázoru přijatého signálu a fáze fázoru přijatého signálu a kartézské grafy závislosti, pohybu, rychlosti a zrychlení sledovaného cíle na čase ve směru záměry nebo v promítnuté podobě pomocí projekčního faktoru. K frekvenční analýze slouží tzv. periodogramy výše zmíněných veličin.

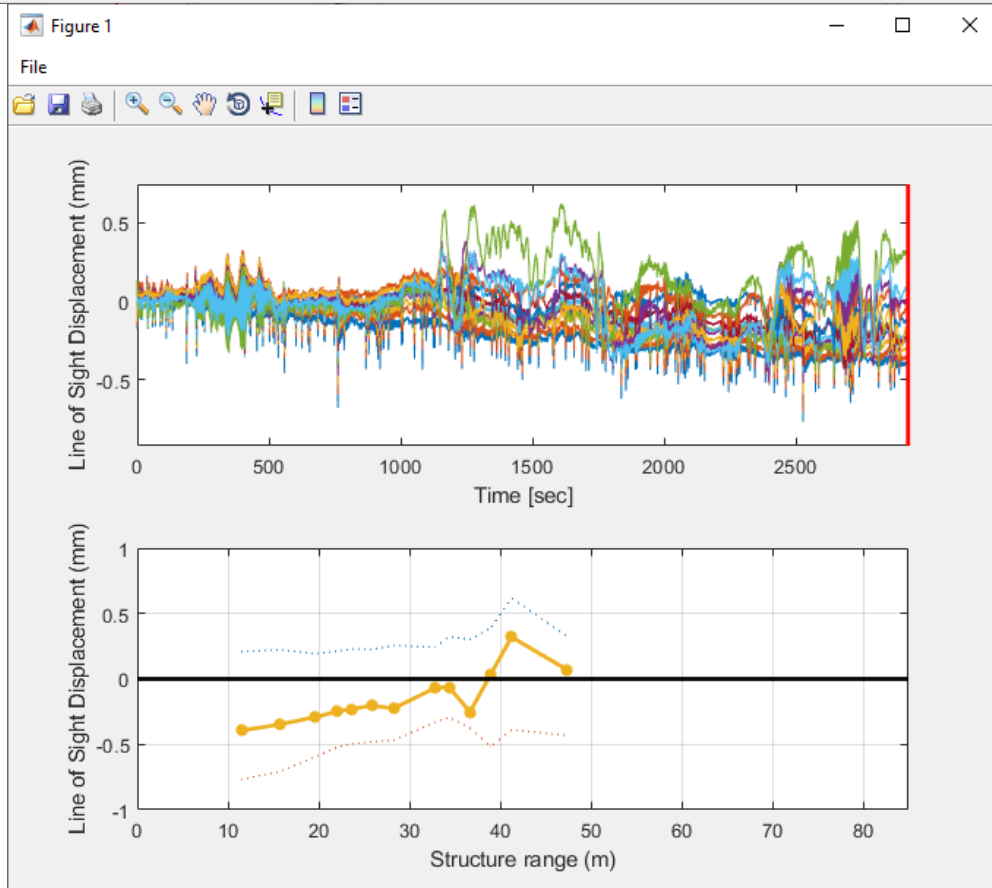
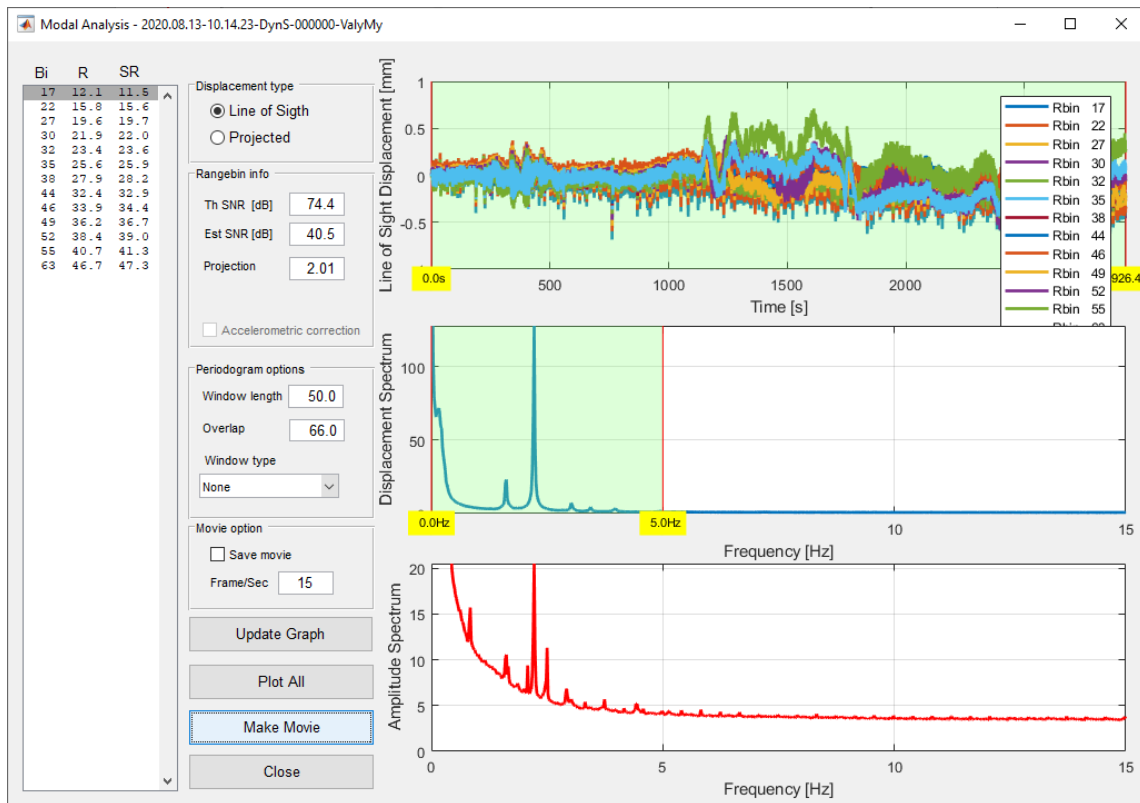
Data všech grafů zobrazovaných programem IBIS Data Viewer je možno exportovat do textových souborů pro další zpracování.



Obr. 15: Příklady polárních grafů pro posouzení kvality bodů. Vlevo nahoře – nekvalitní bod, během měření se mění amplituda přijatého odraženého signálu. Vpravo nahoře - bod s kvalitním odrazem, během měření se mění pouze fáze. Vlevo dole – spádová oblast obsahuje zároveň statickou složku, kterou je potřeba opravit pomocí funkce „Remove Clutter“. Vpravo dole – předchozí bod opravený pomocí funkce „Remove Clutter“.

## b) Modální analýza

Modální analýza slouží k vytvoření animace pohybů sledovaného objektu ve zvoleném rozsahu frekvencí. Je to spíše doplňkový nástroj k vizualizaci výsledků měření.



Obr. 16: Modální analýza. Nahoře - dialog modální analýzy. Dole - animace pohybu objektu vytvořená pomocí modální analýzy programem IBIS Data Viewer.

## 9. Závěr

Použití dvou interferometrických radarů pro simultánní měření podélných a svislých pohybů nosných konstrukcí mostů představuje novou metodu měření těchto pohybů, pomocí které můžeme získat údaje o dynamickém chování nosné konstrukce mostu jinými metodami neměřitelné nebo měřitelné jen obtížně. I tato metoda má svá úskalí, na která je potřeba dávat pozor, zejména kvalitu odrazu radarového signálu a geometrické parametry konfigurace radarů a nosné konstrukce mostu. Kvalita odraženého signálu se dá zlepšit pomocí koutových odražečů, ale tvar nosné konstrukce mostu a její konfigurace vůči možným stanoviskům radarů může způsobit, že nebude možné měření provést. Důležitý je zejména poměr mezi výškou a délkou sledovaného pole mostu, aby bylo možno vhodným postavením radarů dosáhnout malých hodnot projekčních faktorů u sledovaných bodů, resp. optimálního úhlu mezi záměrami radarů. Problémy mohou způsobovat také další objekty, které jsou ve spádové oblasti měření, ale netvoří s mostem jeden celek (např. kabely nebo potrubí zavěšené pod mostem). Tyto objekty mohou kmitat rozdílně od nosné konstrukce mostu a nemusí být možné odlišit jejich pohyby od pohybu mostu.

Parametry statické, kvazistatické a dynamické odezvy mostovky zkoumaného mostu lze dokumentovat a vizualizovat pro následné statické a dynamické analýzy a získat tak potřebné doplňující informace o sledovaných mostech a následně pak i nové poznatky o charakteru chování určitých konkrétních typů mostů.

## 10. Seznam použité literatury

- [1] Ingegneria Dei Sistemi S.p.A. :Static and Dynamic testing of bridges: use of IBIS-FS for measuring deformation and identifying modal analysis parameters, Pisa 2016
- [2] Ingegneria Dei Sistemi S.p.A., IBIS-FS & IBIS-FS Plus User Manual rev. 1.0., Pisa 2016.
- [3] Ingegneria Dei Sistemi S.p.A., IBIS Surveyor 1.2 User Manual, Pisa 2016.
- [4] Ingegneria Dei Sistemi S.p.A., IBISDV v.03.04.005 – User Manual, Pisa, March 2012.
- [5] Ověřená technologie určování svislých průhybů kovových mostních konstrukcí pozemním interferometrickým radarem [online]. [cit. 05. 11. 2020]. Dostupné z: [https://p-insar.cz/sites/default/files/public\\_files/aplikovane\\_vystupy/2012/TIP\\_FR-TI4-436\\_Priloha-5\\_OT\\_mosty\\_kovove.pdf](https://p-insar.cz/sites/default/files/public_files/aplikovane_vystupy/2012/TIP_FR-TI4-436_Priloha-5_OT_mosty_kovove.pdf)
- [6] Ověřená technologie určování svislých průhybů betonových mostních konstrukcí pozemním interferometrickým radarem [online]. [cit. 05. 11. 2020]. Dostupné z: [https://p-insar.cz/sites/default/files/public\\_files/aplikovane\\_vystupy/2012/TIP\\_FR-TI4-436\\_Priloha-4\\_OT\\_mosty\\_betonove.pdf](https://p-insar.cz/sites/default/files/public_files/aplikovane_vystupy/2012/TIP_FR-TI4-436_Priloha-4_OT_mosty_betonove.pdf)

Tento výsledek byl podpořen Ministerstvem vnitra České republiky, v rámci programu BV III/1-VS, projekt „*Pokročilá technologie rychlého určování deformací mostů radarovou interferometrií a její využití v diagnostice*“ č. VI20192022167.

## Zpráva o provedeném ověřovacím měření na silničním mostu ve Valech u Přelouče

Milan Talich, Jan Havrlant, Lubomír Soukup, Filip Antoš, Michal Polák, Tomáš Plachý

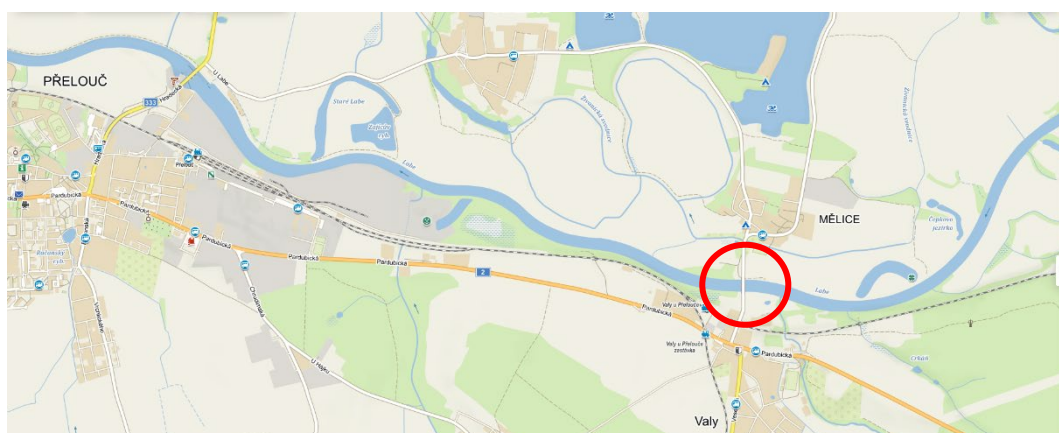
Pro ověření technologie určování dynamických průhybů mostních konstrukcí současně v podélném i svislém směru pozemní radarovou interferometrií bylo provedeno měření na novém silničním mostě ve Valech u Přelouče.

### 1. Specifikace objektu

U mostního objektu proběhla ještě před měřením jeho rekonoskace. Posuzovala se konstrukce objektu, možnosti umístění interferometrických radarů a odrazivost radarových vln od mostovky. Jedná se o nový ocelový most s železobetonovou spřaženou mostovkou šířky 14 m, který překonává řeku Labe mezi obcemi Valy a Mělicemi a vede po něm komunikace 3. třídy číslo 32219. Minimální podjezdová výška je 7 m bez mostní podpěry v korytě řeky. Most je 194,6 m dlouhý, dvakrát vysouvaný spojitý ocelový dvoutrám o pěti polích se spřaženou spolupůsobící deskou mostovky. V hlavním poli o rozpětí 84 m je most vyztužen obloukem typu tzv. Langerova trámu.



Obr. 1 – Silniční most mezi Valy a Mělicemi



Obr. 2 – Silniční most mezi Valy a Mělicemi přes řeku Labe

Konstrukce mostu umožňuje měřit interferometrickým radarem celé hlavní pole bez nutnosti použít koutové odražeče. Ocelové příčníky jsou v dostatečných rozestupech tak, že každý příčník spadá do jiné radiální spádové oblasti (Rbin).

## 2. Podmínky během měření

Měření bylo provedeno dne 13. 8. 2020 mezi 10.00 a 11.00 za běžného silničního provozu. Během měření byly pravidelným krokem několika osob vyvolávány vibrace mostu.

Tab. 1 – Klimatické podmínky během měření

Klimatické podmínky	
Teplota	25,1 – 26,3 °C
Vlhkost	55,4 – 51,0 %

## 3. Použité měřické přístroje

Pro měření byly použity dva Radary IBIS výrobce IDS.

Konfigurace radaru R<sub>1</sub>

IDS Radar IBIS – FS Plus,  
SN 010-19-000314,

Antény: IBIS-ANT3-H17V15, záběr v horizontálním směru je 17° při ztrátě 3dB a 34° při ztrátě 10dB,

Akcelerometr sloužící k odstranění vibrací vlastního radaru.

Konfigurace radaru R<sub>2</sub>

IDS Radar IBIS – RU 172  
SN 053,

Antény: IBIS-ANT3-H17V15, záběr v horizontálním směru je 17° při ztrátě 3dB a 34° při ztrátě 10dB.

Během měření byly zaznamenávány klimatické podmínky na data logger LOG32TH a pořizován videozáznam provozu po komunikaci na mostě. Místní situace a postavení radarů bylo zaměřeno podrobným laserovým skenováním a následně zpracován 3D model.

## 4. Provedení měření

Dynamické měření mostu probíhalo dvěma interferometrickými radary současně. Radar R<sub>1</sub> byl umístěn na pravém břehu řeky (u Mělic) u paty mostní podpěry přibližně v ose mostovky. Druhý radar R<sub>2</sub> byl postaven na levém břehu (u Valů) blíže k toku řeky.

Vertikální náklon obou radarů byl určen experimentálně tak, aby byla pokryta maximální délka hlavního pole, a aby nedocházelo k významnému vzájemnému rušení radarového signálu.

Měření trvalo přibližně 60 minut.

Nastavené parametry měření:

IDS Radar R<sub>1</sub>

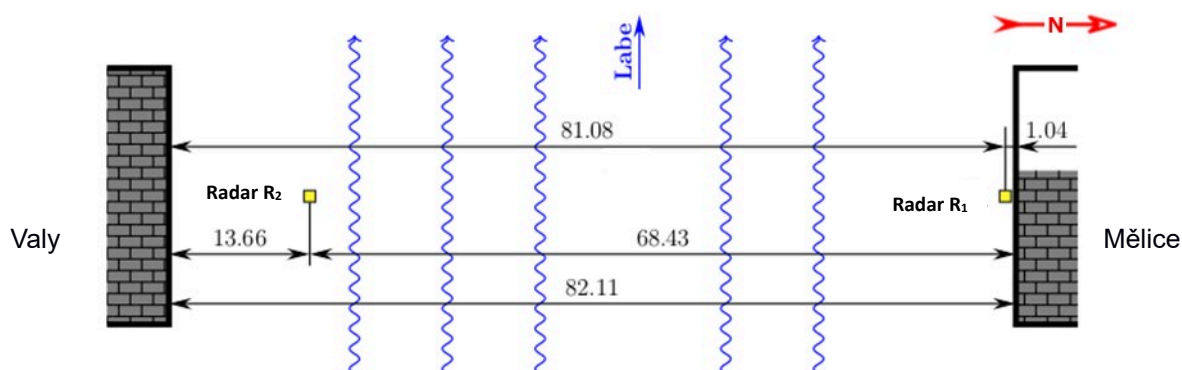
Frekvence snímání: 200 Hz,  
 Dosah signálu: 75 m,  
 Radiální rozlišení: 0,75 m,  
 Vertikální náklon radaru: 9°.

IDS Radar R<sub>2</sub>

Frekvence snímání: 199,2 Hz,  
 Dosah signálu: 70 m,  
 Radiální rozlišení: 0,75 m,  
 Vertikální náklon radaru: 21,5°.



Obr. 3 – Pohled na ocelové příčnický mostu ze stanoviska radaru R<sub>2</sub> (od Valů)



Obr. 4 – Horní pohled na umístění radarů pod hlavním polem mostu

Současně s měřením technologií radarové interferometrie bylo provedeno i ověřovací měření „klasickou“ technikou s využitím akcelerometrů.

Ke srovnávacímu měření kmitání hlavního pole mostu bylo použito osm absolutních snímačů zrychlení 8344, které byly připojeny k měřicí ústředně SIRIUS 6ACC – 2ACC+ (výr. č. DB18002762) firmy DEWESoft.

Při experimentu byly snímače uchyceny pomocí neodymových magnetů na ocelový levý hlavní nosník v řezu 4. závěsu (vertikální kmitání (kanál č. 8, výr. č. snímače 30690)), 6. závěsu (vertikální kmitání (kanál č. 7, výr. č. 30688) a horizontální kmitání ve směru kolmém k podélné ose mostu (kanál č. 6, výr. č. 30686)), ve středu rozpětí (vertikální kmitání (kanál č. 5, výr. č. 30665) a horizontální kmitání ve směru kolmém k podélné ose mostu (kanál č. 4, výr. č. 30479) a ve směru rovnoběžném s podélnou osou mostu (kanál č. 3, výr. č. 30241)) a v řezu 13. závěsu (vertikální kmitání (kanál č. 2, výr. č. 30337) a horizontální kmitání ve směru kolmém k podélné ose mostu (kanál č. 1, výr. č. 30336)).

Seismický piezoelektrický snímač zrychlení 8344 je vyráběn firmou Brüel&Kjaer. Vlastní frekvence snímače je vyšší než 10 kHz, pracovní frekvenční rozsah je v intervalu 0,2 Hz až 3 kHz. Citlivost snímače je cca 2500 mV/g. Pracovní teplotní rozsah se pohybuje od -50 do +100°C. Příčná citlivost snímače je menší než 5%.

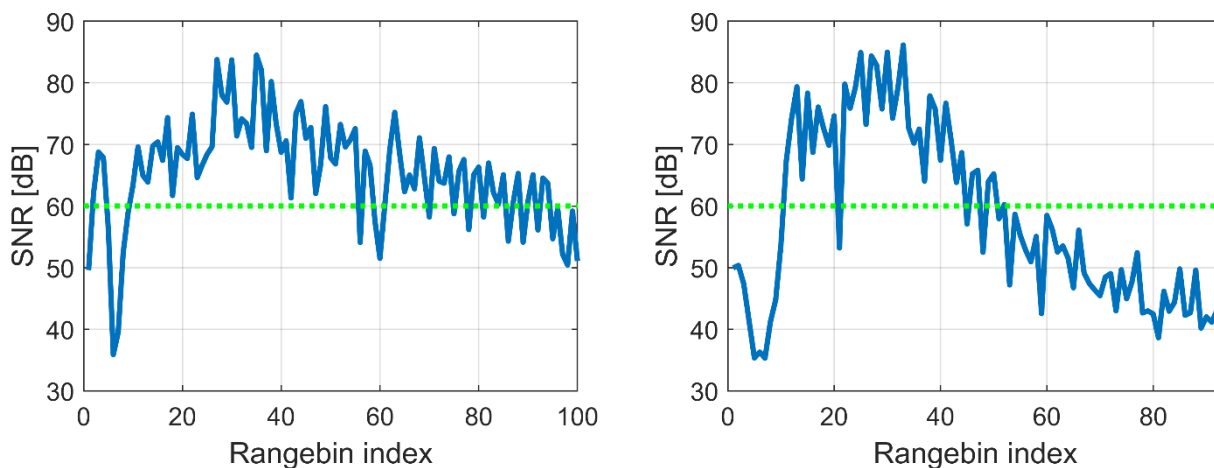
SIRIUS 6ACC – 2ACC+ je osmikanálová elektronická měřicí ústředna firmy DEWESoft, která je řízena pomocí osobního počítače přes USB port. Všechna elektronická zařízení pro obsluhu jednotlivých kanálů a provádění měření jsou zabudována v jediné skříňce a ovládat je lze pouze pomocí programu DEWESoft přes počítač. Měřicí ústředna SIRIUS je především určena pro elektrická měření vibrací pomocí osmi napěťových vstupů. Všechny kanály mají svůj vlastní 2 x 24 bitový A/D převodník, tzv. DualCore, který je schopen měřit s dynamickým rozsahem až 160 dB.



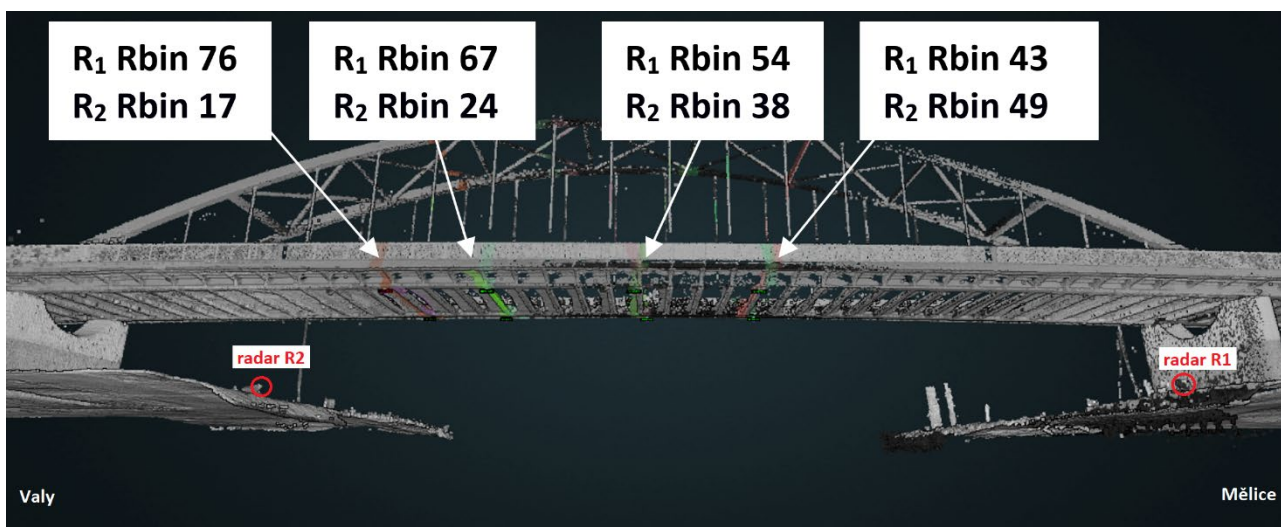
*Obr. 5 – Pohled na měřicí ústřednu SIRIUS a levý hlavní nosník s uchycenými třemi snímači zrychlení 8344 ve středu rozpětí hlavního pole mostu*

## 5. Vyhodnocení

Naměřená data byla zpracována v programu IBIS Data Viewer v. 03.05.002. Na profilu odrazivosti obou radarů (Obr. 6) byla vybrána výrazná maxima, která odpovídají poloze ocelových příčniců mostní konstrukce. Podle rozmístění těchto maxim byly zvoleny radiální spádové oblasti Rbin. Přitom byly vybrány jen ty body, které mají dostatečnou sílu signálu na obou radarech. Vybrané příčnice jsou barevně zvýrazněny na Obr. 7.



Obr. 6 – Profil odrazivosti signálu radaru  $R_1$  a  $R_2$



Obr. 7 – 3D model mostu s barevně zvýrazněnými Rbiny pro radary  $R_1$  a  $R_2$ , které se vyhodnocovaly

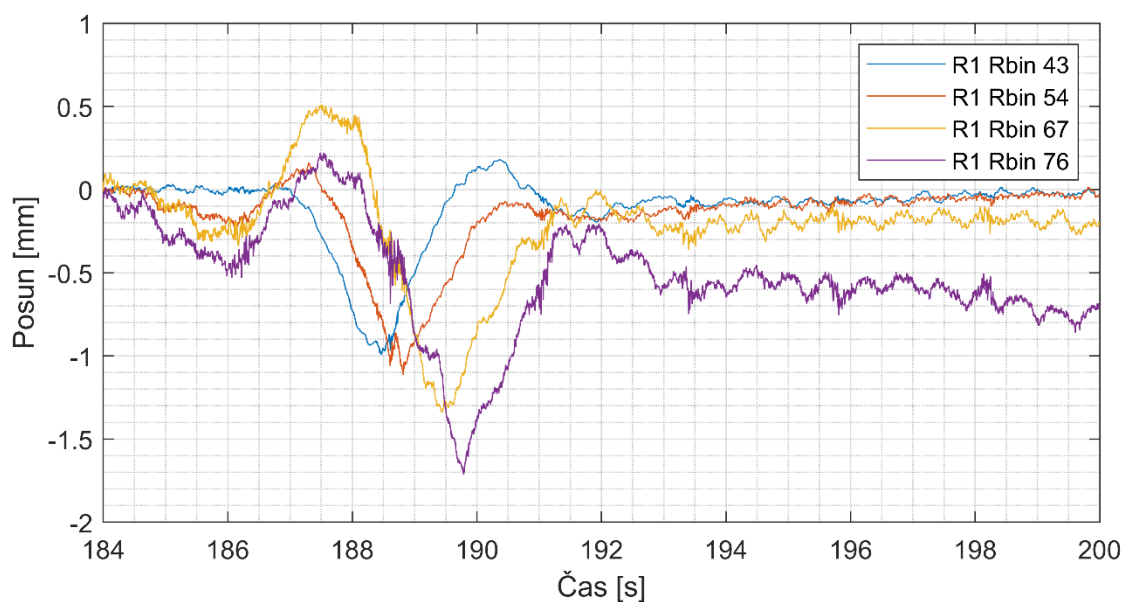
Naměřené průhyby na těchto příčnicích pak byly vyexportovány a vyhodnoceny v programu Matlab. Byly vyhodnoceny tři případy. Prvním případem byl přejezd vozidla (dodávky) ve směru z Mělic do Valů. Druhým případem byl přejezd vozidla (dodávky) v opačném směru, tedy z Valů do Mělic. Posledním případem je vyhodnocení kmitání mostní konstrukce, které bylo vyvoláno pravidelným krokem několika osob.

Přejezd vozidla způsobil průhyb 1.2 mm uprostřed mostu. Tuto hodnotu naměřily oba radary stejnou. Podélné pohyby mostu vypočtené ze společného měření obou radarů jsou do 0.1 mm.

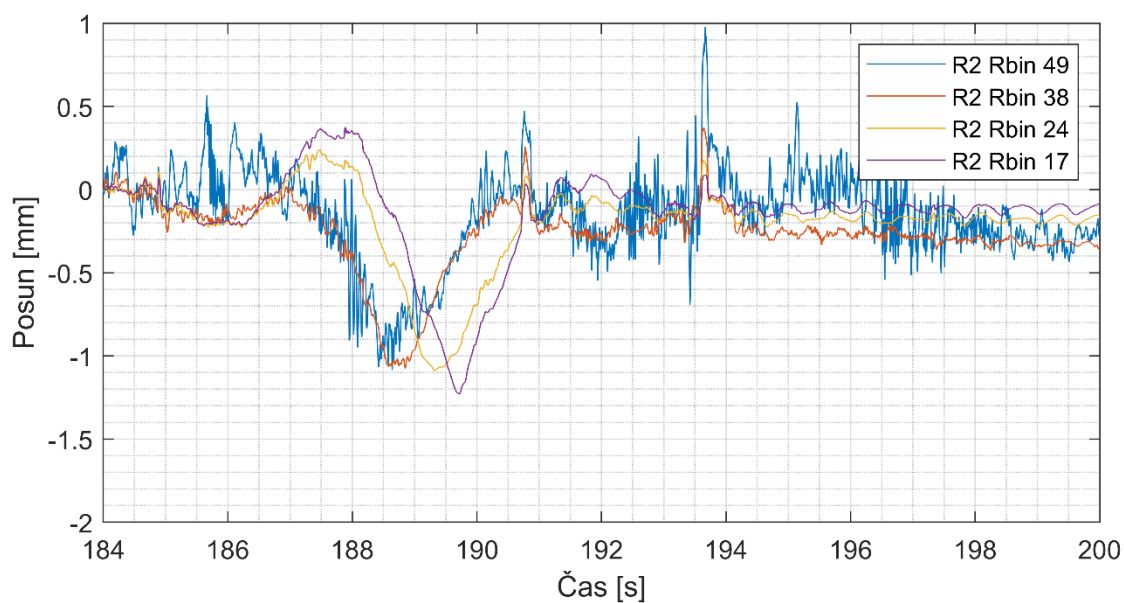
Kmitání nosné konstrukce mostu, které bylo vyvoláno pravidelným krokem několika osob, způsobilo svislé výchylky s maximálním rozkmitem 3 mm. Podélné pohyby byly do 0.1 mm



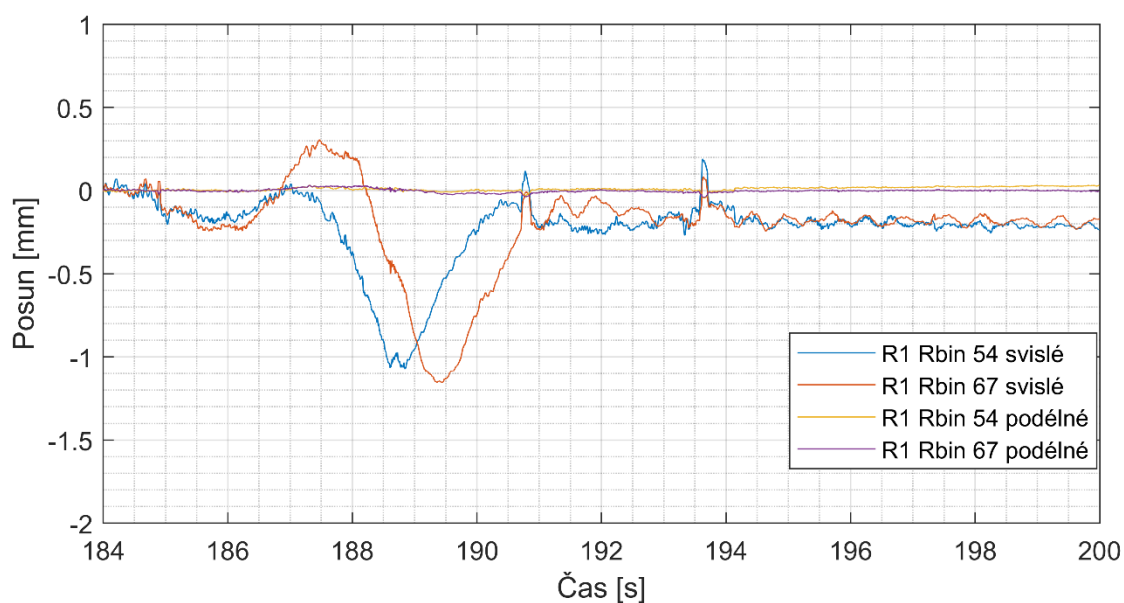
Obr. 8 – Průjezd vozidla ve směru z Mělic do Valů



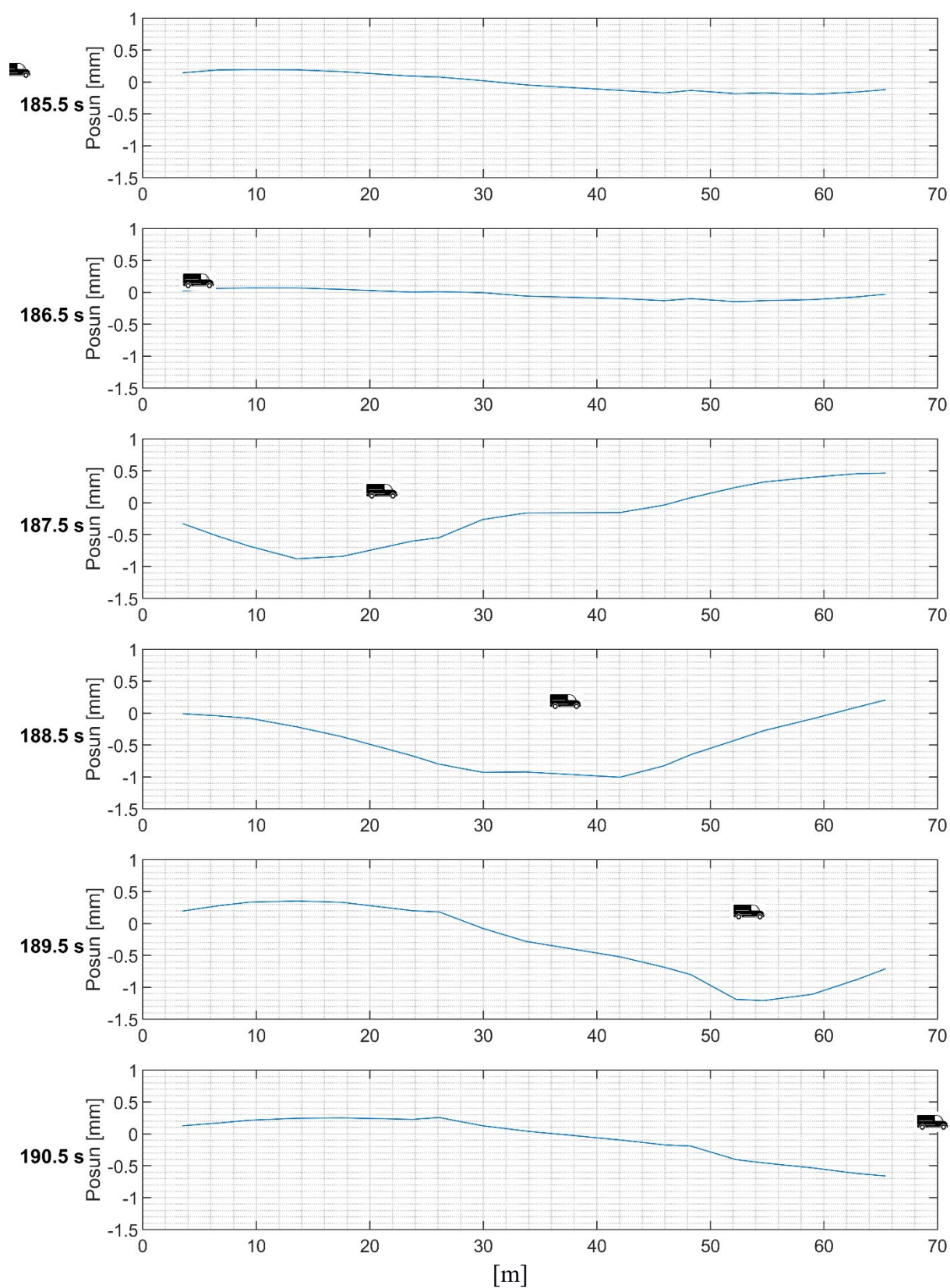
Obr. 9 – Průhyb naměřený radarem  $R_1$  na čtyřech nosnících během přejezdu vozidla ve směru z Mělic do Valů



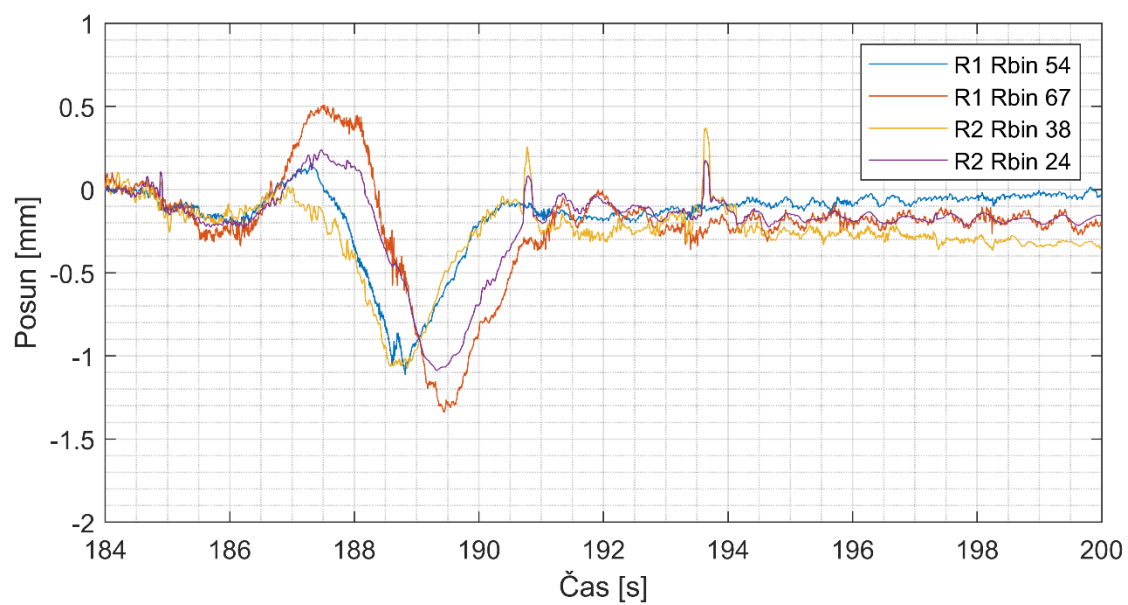
Obr. 10 – Průhyb naměřený radarem  $R_2$  na čtyřech nosnících během přejezdu vozidla ve směru z Mělic do Valů



Obr. 11 – Svislé a podélné průhyby pro  $R_1$  Rbin54 ( $R_2$  Rbin38) a  $R_1$  Rbin67 ( $R_2$  Rbin24) během přejezdu vozidla ve směru z Mělic do Valů



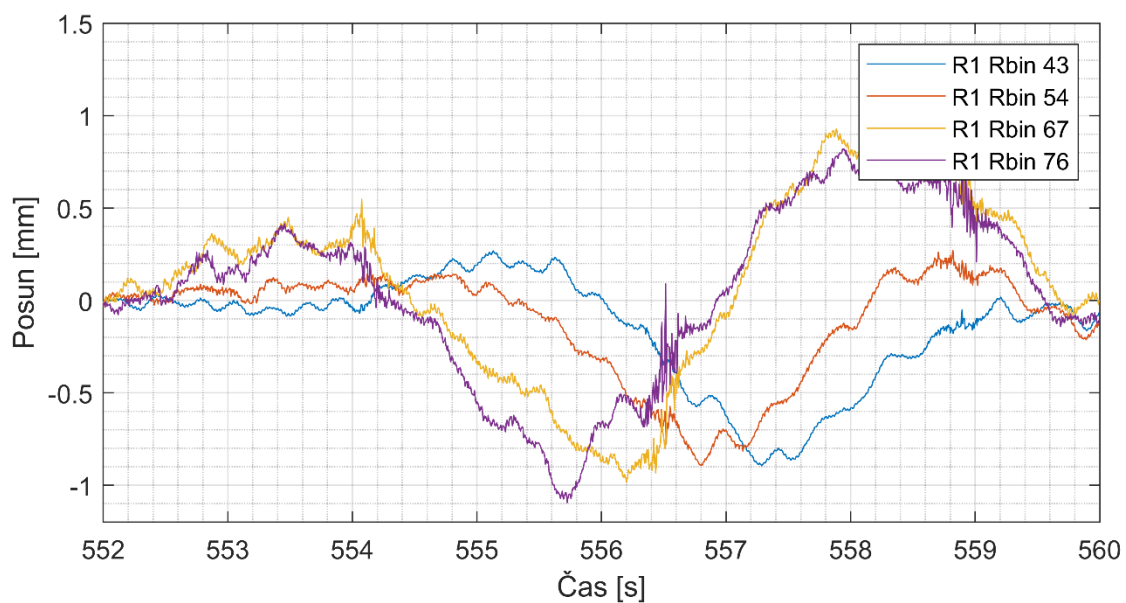
Obr. 12 – Grafické znázornění průhybu mostovky v čase při průjezdu vozidla ve směru z Mělic do Valů.



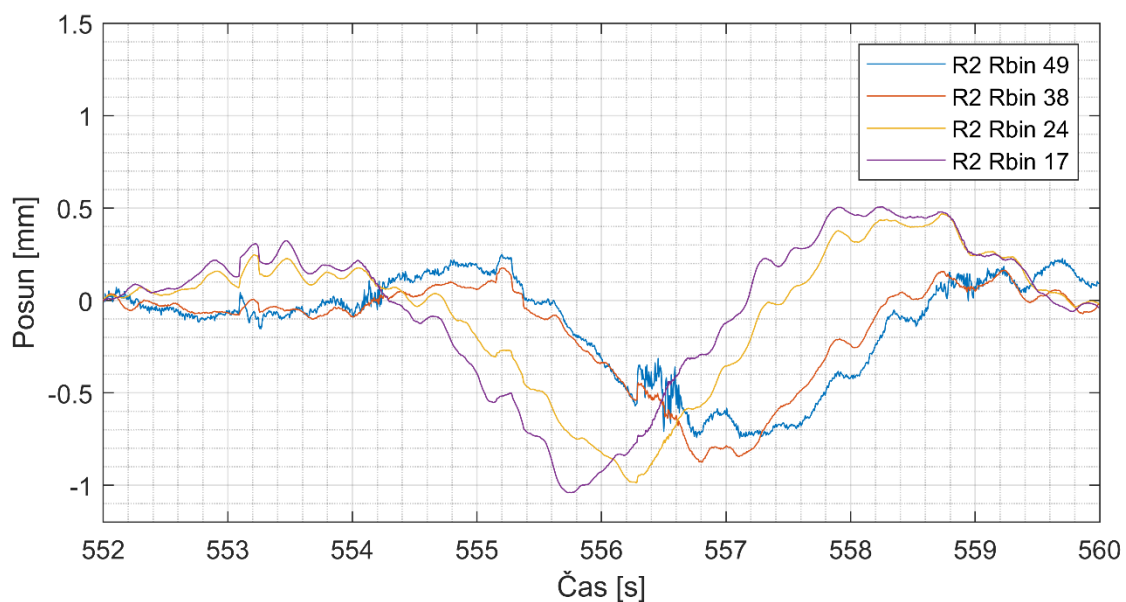
Obr. 13 – Porovnání nezávisle určených svislých průhybů pro  $R_1$  Rbin54 ( $R_2$  Rbin38) a  $R_1$  Rbin67 ( $R_2$  Rbin24) během přejezdu vozidla ve směru z Mělic do Valů



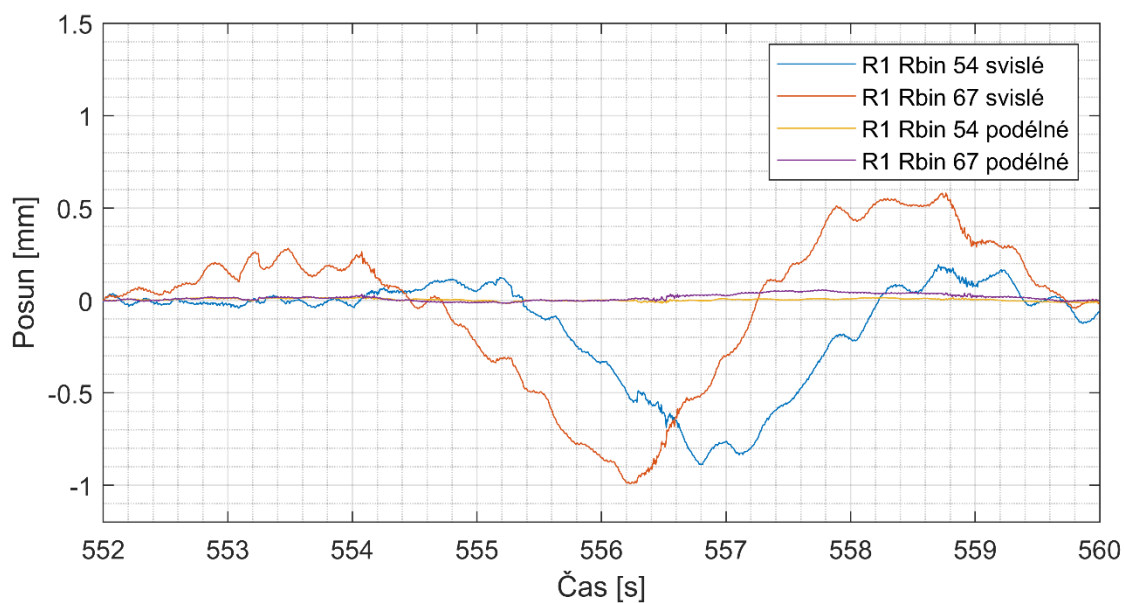
Obr. 14 – Průjezd vozidla ve směru z Valů do Mělic



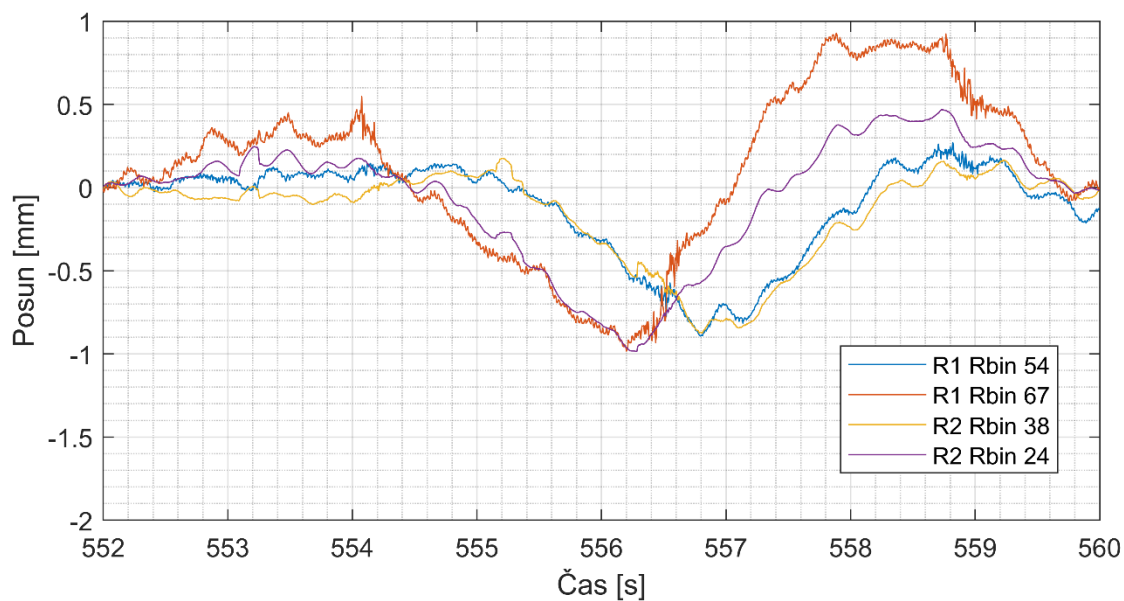
Obr. 15 – Průhyb naměřený radarem  $R_1$  na čtyřech nosnících během přejezdu vozidla ve směru z Valů do Mělic



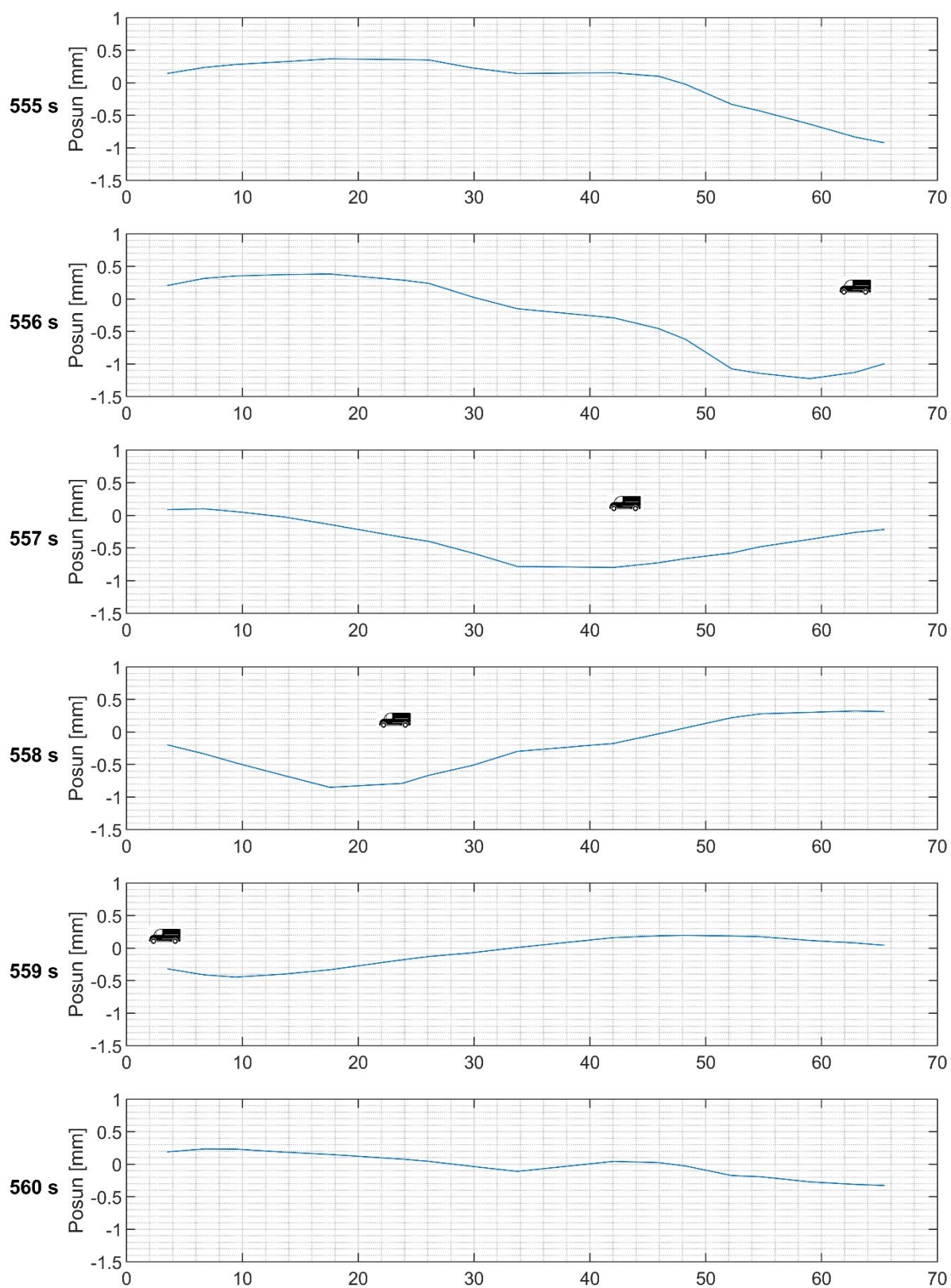
Obr. 16 – Průhyb naměřený radarem  $R_2$  na čtyřech nosnících během přejezdu vozidla ve směru z Valů do Mělic



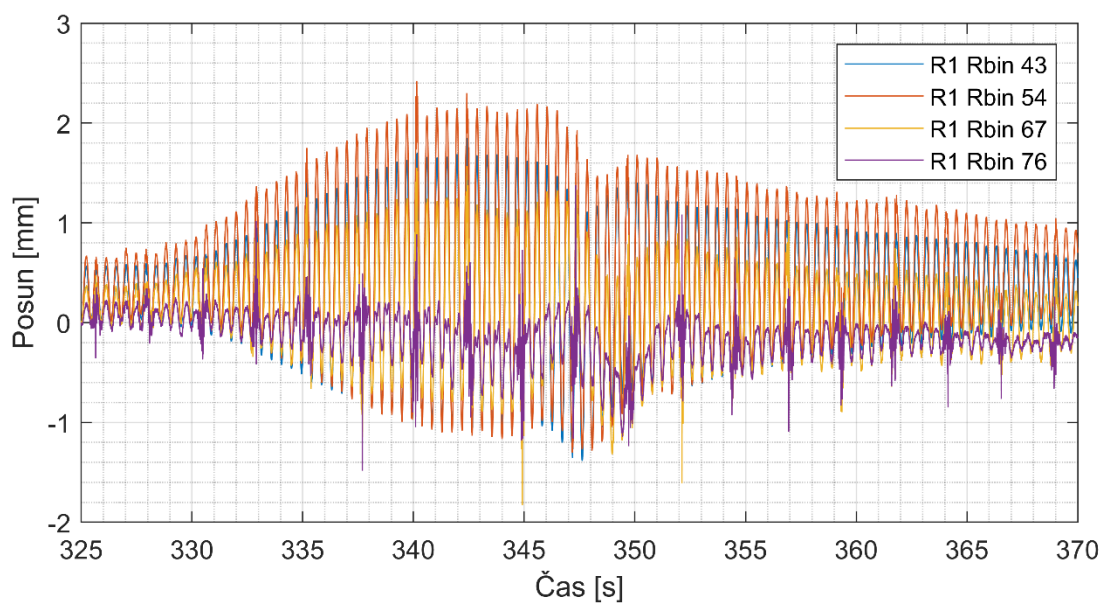
Obr. 17 – Svislé a podélné pohyby pro  $R_1$  Rbin54 ( $R_2$  Rbin38) a  $R_1$  Rbin67 ( $R_2$  Rbin24) během přejezdu vozidla ve směru z Valů do Mělic



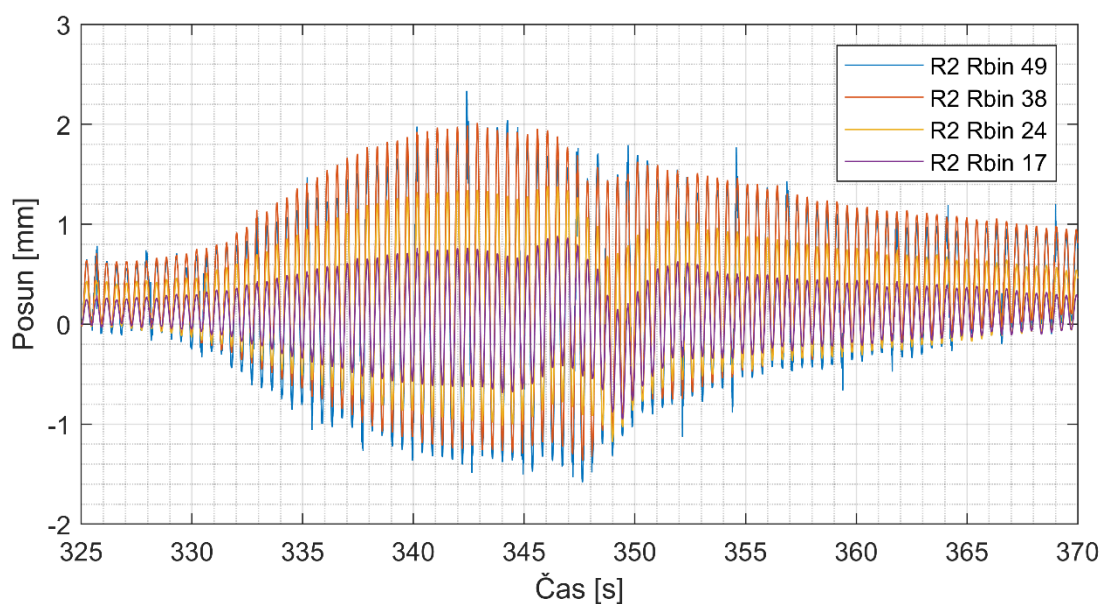
Obr. 18 – Porovnání nezávisle určených svislých průhybů pro  $R_1$  Rbin54 ( $R_2$  Rbin38) a  $R_1$  Rbin67 ( $R_2$  Rbin24) během přejezdu vozidla ve směru z Valů do Mělic.



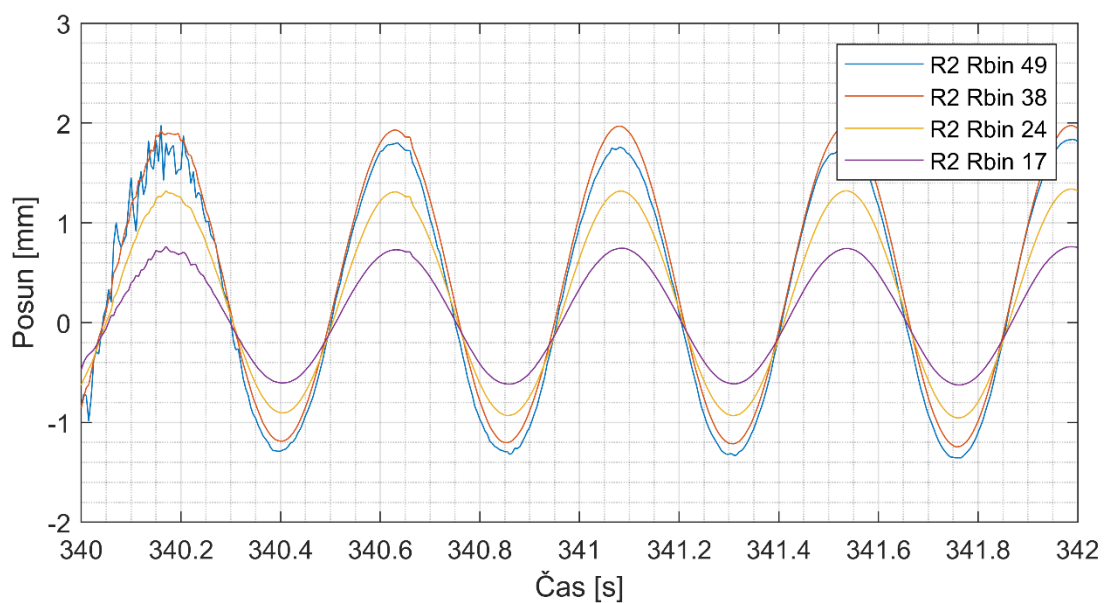
Obr. 19 – Grafické znázornění průhybu mostovky v čase při průjezdu vozidla ve směru z Valů do Mělic.



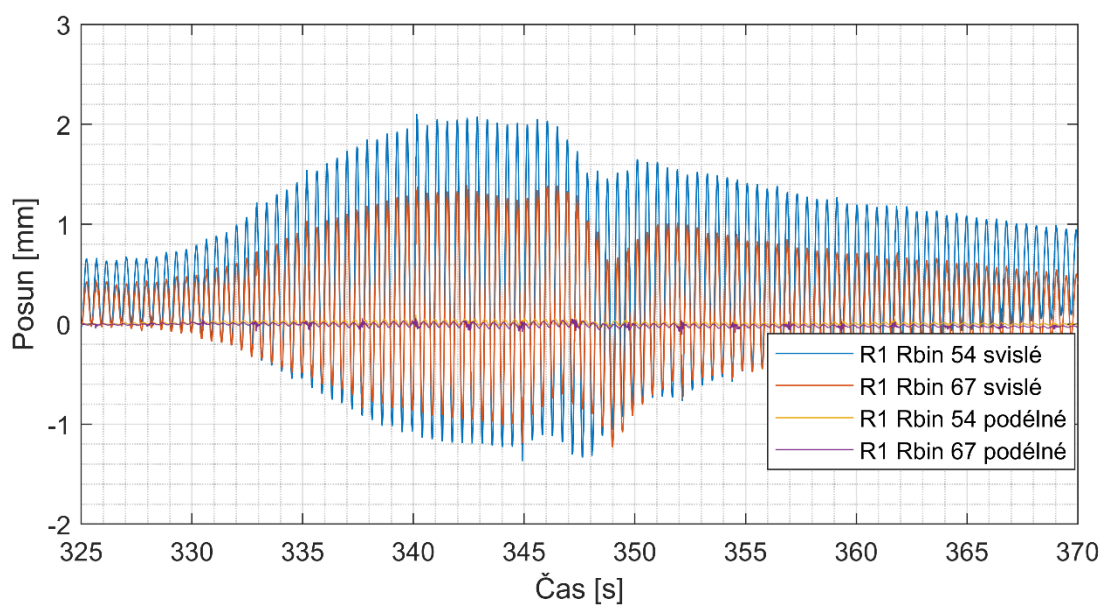
Obr. 20 – Průhyby naměřené radarem  $R_1$  na čtyřech nosících, které bylo vyvoláno pravidelným krokem několika osob.



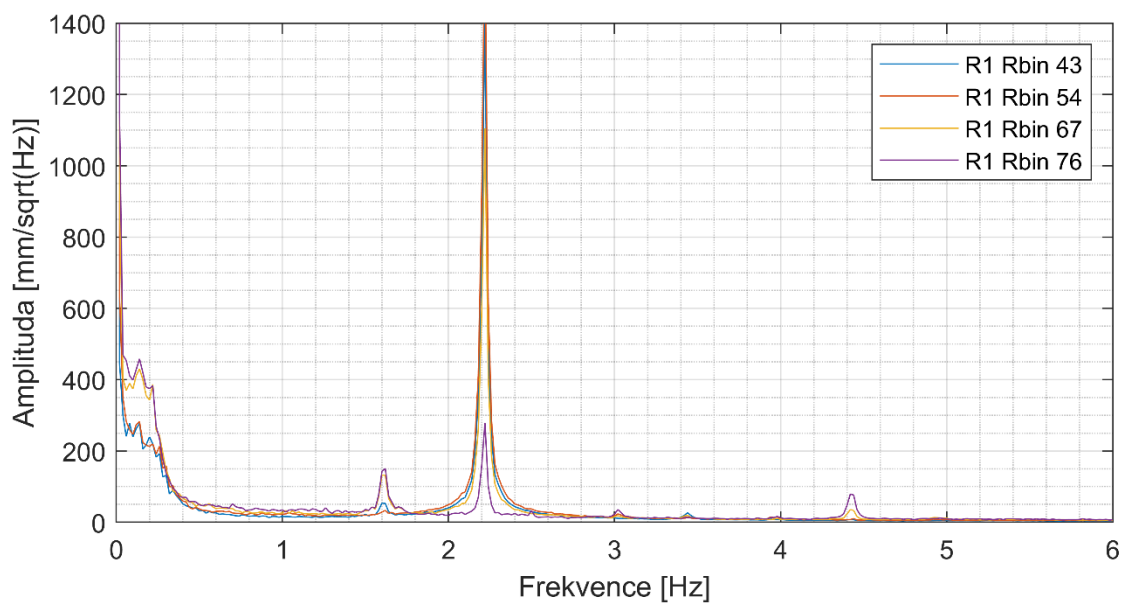
Obr. 21 – Průhyby naměřené radarem  $R_2$  na čtyřech nosících, které bylo vyvoláno pravidelným krokem několika osob.



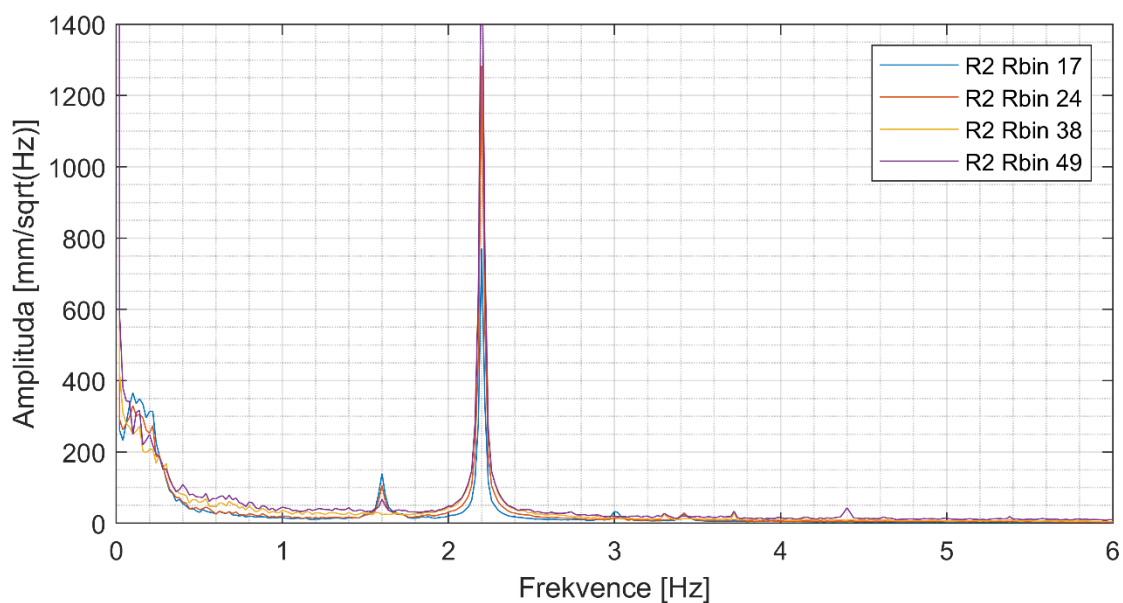
Obr. 22 – Detail průhybů naměřených radarem  $R_2$  na čtyřech nosících, které bylo vyvoláno pravidelným krokem několika osob.



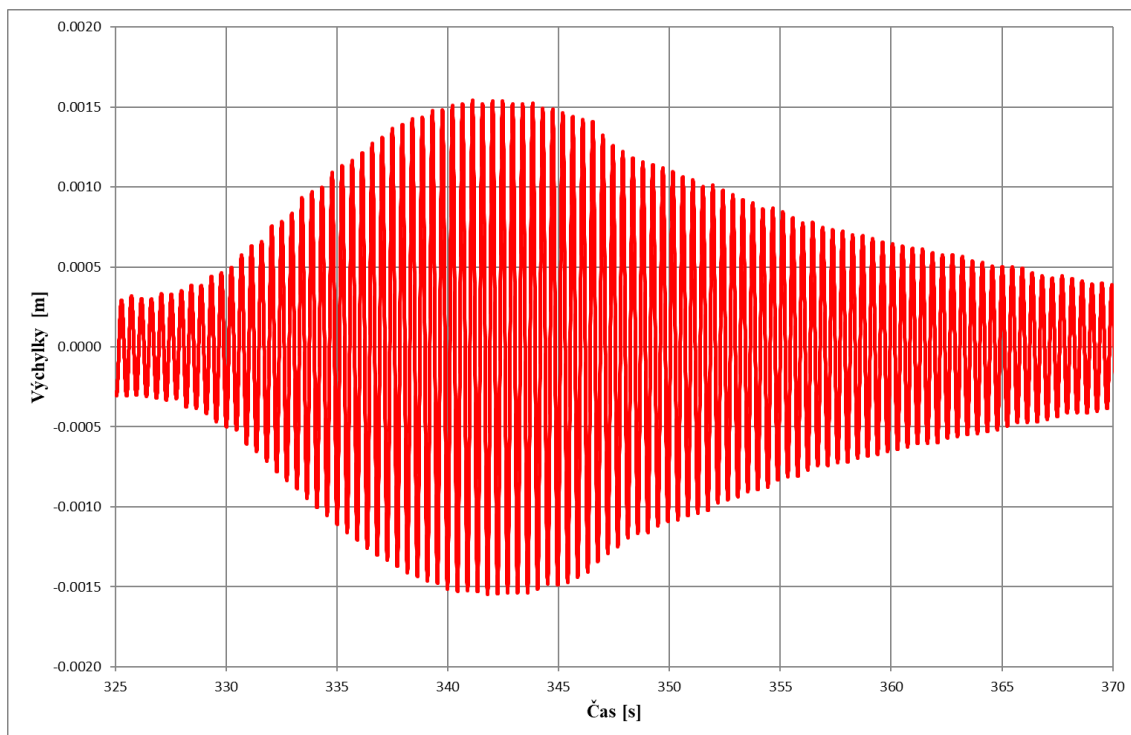
Obr. 23 – Svislé a podélné pohyby pro  $R_1$  Rbin54 ( $R_2$  Rbin38) a  $R_1$  Rbin67 ( $R_2$  Rbin24), které bylo vyvoláno pravidelným krokem několika osob.



Obr. 24 – Vybrané vlastní frekvence mostu 1,62 ; 2,22 a 4,42 Hz změřené radarem R<sub>1</sub>



Obr. 25 – Vybrané vlastní frekvence mostu 1,60 ; 2,22 a 4,40 Hz změřené radarem R<sub>2</sub>



*Obr. 26 – Svislé výchylky získané integrací zrychlení naměřeného pomocí akcelerometrů při synchronizované chůzi několika osob uprostřed rozpětí hlavního pole mostu*

## 6. Závěr

Závěr z provedeného ověřovacího měření na silničním mostě ve Valech u Přelouče: výsledky měření získané pomocí technologie radarové interferometrie se v rámci jejich dosažené přesnosti shodují s výsledky měření získaných pomocí akcelerometrů. Na obr. 26 je vidět rozkmit 3,1 mm určený pomocí akcelerometrů a na obr. 23 je vidět rozkmit 3,1 mm určený pomocí radarové interferometrie.

## Zpráva o provedeném ověřovacím měření na lávce přes Jesípek u Hradce Králové

Milan Talich, Jan Havrlant, Lubomír Soukup, Filip Antoš, Michal Polák, Tomáš Plachý

Pro ověření technologie určování dynamických průhybů mostních konstrukcí současně v podélném i svislém směru pozemní radarovou interferometrií bylo provedeno měření na lávce pro pěší u Hradce Králové, která byla uvedena do provozu v roce 2019.

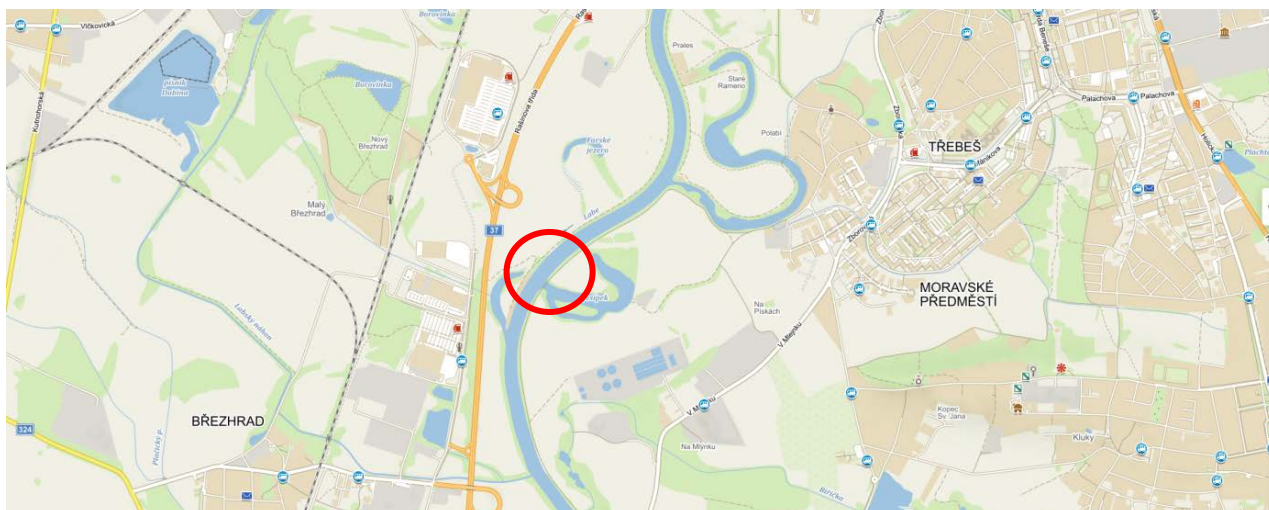
### 1. Specifikace objektu

Před samotným měřením proběhla rekognoskace této nové lávky. Posuzovala se konstrukce objektu, možnosti umístění interferometrických radarů a odrazivost radarových vln od mostovky. Lávka pro pěší a cyklisty překonává slepé rameno Jesípek řeky Labe na jih od Hradce Králové. Nosná konstrukce lávky je oblouková s dolní mostovkou, která je zavěšena do oblouku pomocí dvaceti párů táhel z nerezové oceli. Délka nosné konstrukce lávky je 50,48 m, rozpětí oblouku je 49,88 m a vzepětí oblouku je 10,00 m. Nosná konstrukce mostovky se skládá z ocelového trámu, ocelových příčníků a železobetonové desky. Lávka byla dokončena v roce 2018. Přestože byla lávka nová, její jižní část byla už částečně zakryta porostem.



*Obr. 1 - Lávka pro pěší přes slepé rameno Labe Jesípek u Hradce Králové*

Konstrukce lávky umožňuje měřit interferometrickým radarem celou viditelnou konstrukci bez nutnosti použít koutové odražeče. Ocelové příčníky jsou v dostatečných rozstupech tak, že každý příčník spadá do jiné radiální spádové oblasti ( $R_{bin}$ ).



Obr. 2 – Lávka pro pěší přes Jesípek u Hradce Králové

## 2. Podmínky během měření

Měření bylo provedeno dne 13. 8. 2020 mezi 16.15 a 17.05 za běžného provozu cyklostezky. Během měření byly synchronizovanou chůzí několika osob vyvolávány výrazné vibrace mostovky lávky.

Tab. 1 – Klimatické podmínky během měření

Klimatické podmínky	
Teplota	29,3 – 30,1 °C
Vlhkost	42 – 47 %

## 3. Použité měřické přístroje

Pro měření byly použity dva Radary IBIS výrobce IDS.

Konfigurace radaru R<sub>1</sub>

IDS Radar IBIS – FS Plus,

SN 010-19-000314,

Antény: IBIS-ANT3-H17V15, záběr v horizontálním směru je 17° při ztrátě 3dB a 34° při ztrátě 10dB,

Akcelerometr (tento akcelerometr měří vibrace vlastního radaru).

Konfigurace radaru R<sub>2</sub>

IDS Radar IBIS – RU 172

SN 053,

Antény: IBIS-ANT3-H17V15, záběr v horizontálním směru je 17° při ztrátě 3dB a 34° při ztrátě 10dB.

Během měření byly zaznamenávány klimatické podmínky na data logger LOG32TH a pořizován videozáznam provozu po komunikaci na lávce. Místní situace a postavení radarů bylo zaměřeno podrobným laserovým skenováním a následně byl zpracován prostorový (geometrický) 3D model (viz Obr. 6).

#### 4. Provedení měření

Dynamické měření lávky probíhalo dvěma interferometrickými radary současně. Oba radary byly umístěny na stejném břehu řeky u paty severní mostní opěry (u opěry č. 1) a oba tedy měřily stejným směrem. Aby docházelo k minimálnímu vzájemnému rušení radarů, nebyly přístroje umístěny v jedné ose. Vertikální náklon obou radarů byl určen experimentálně tak, aby byla pokrytá maximální délka mostovky lávky. Měření trvalo přibližně 50 minut.

Nastavené parametry měření:

##### IDS Radar R<sub>1</sub>

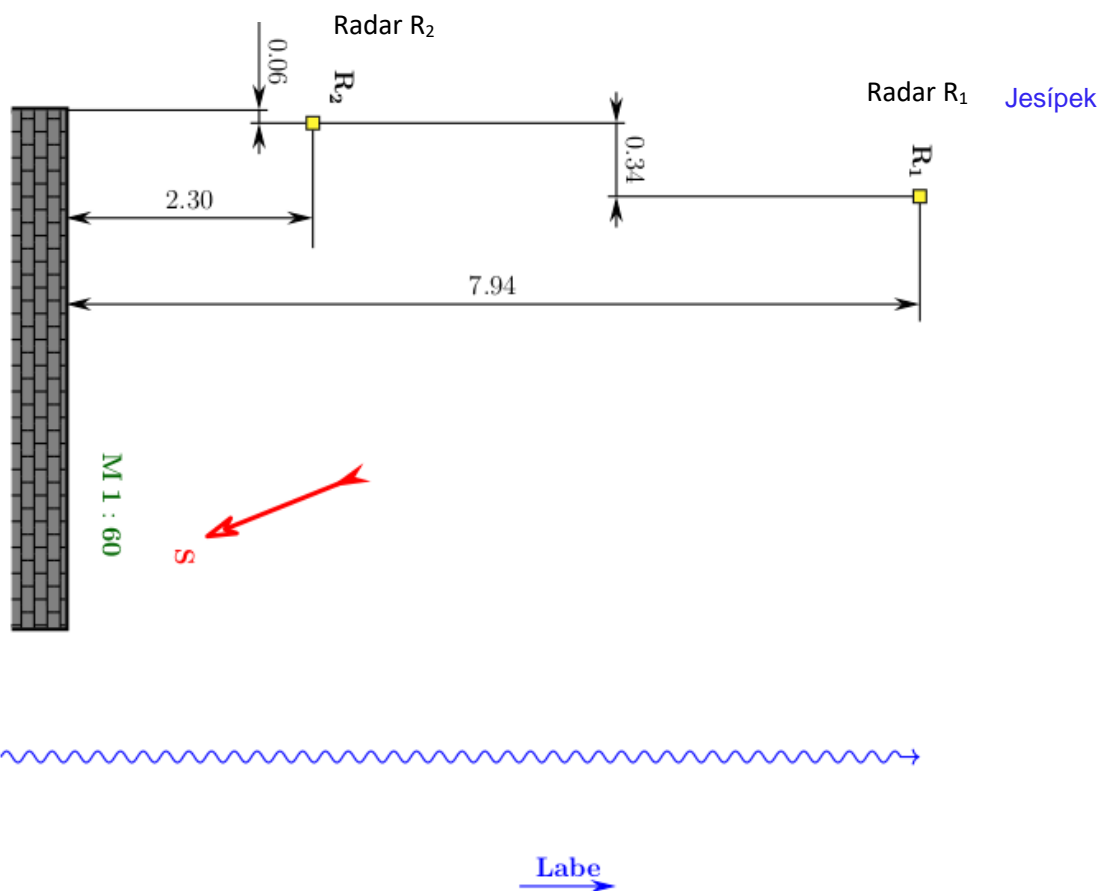
Frekvence snímání:	200 Hz,
Dosah signálu:	35 m,
Radiální rozlišení:	0,75m,
Vertikální náklon radaru:	13,9°.

##### IDS Radar R<sub>2</sub>

Frekvence snímání:	199,6 Hz,
Dosah signálu:	40 m,
Radiální rozlišení:	0,75 m,
Vertikální náklon radaru:	7,4°.



Obr. 3 – Postavení obou radarů pod lávkou



Obr. 4 - Horní pohled na umístění radarů od severní podpěry lávky

Současně s měřením technologií radarové interferometrie bylo provedeno i ověřovací měření „klasickou“ technikou s využitím akcelerometrů.

Ke srovnávacímu měření kmitání mostovky lávky bylo použito osm absolutních snímačů zrychlení 8344, které byly připojeny k měřicí ústředně SIRIUS 6ACC – 2ACC+ (výr. č. DB18002762) firmy DEWESoft.

Při experimentu byly snímače uchyceny pomocí neodymových magnetů na čtyři ocelová závaží. Tři závaží byla umístěna na pravém okraji mostovky do příčných řezů s příčnicí, do kterých jsou uchyceny závěsy č. 4 (bod 32, vertikální kmitání (kanál č. 2, výr. č. snímače 30337) a horizontální kmitání ve směru kolmém k podélné ose mostu (kanál č. 1, výr. č. 30336)), závěsy č. 6 (bod 42, vertikální kmitání (kanál č. 8, výr. č. 30690) a horizontální kmitání ve směru kolmém k podélné ose mostu (kanál č. 7, výr. č. 30688)) a závěsy č. 10 (bod 62, vertikální kmitání (kanál č. 5, výr. č. 30665), horizontální kmitání ve směru kolmém k podélné ose mostu (kanál č. 4, výr. č. 30643) a ve směru rovnoběžném s podélnou osou mostu (kanál č. 3, výr. č. 30241)). Jedno závaží bylo položeno na levém okraji mostovky v řezu s příčnicí se závěsy č. 10 (bod 61, vertikální kmitání (kanál č. 6, výr. č. 30686)).

Seismický piezoelektrický snímač zrychlení 8344 je vyráběný firmou Brüel&Kjaer. Vlastní frekvence snímače je vyšší než 10 kHz, pracovní frekvenční rozsah je v intervalu 0,2 Hz až 3 kHz.

Citlivost snímače je cca 2500 mV/g. Pracovní teplotní rozsah se pohybuje od -50 do +100°C. Příčná citlivost snímače je menší než 5%.

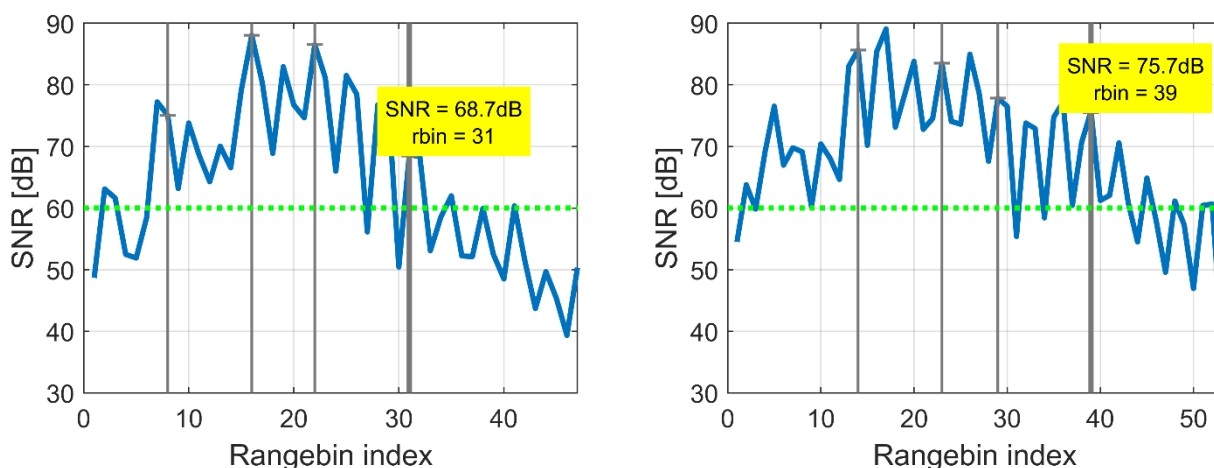
SIRIUS 6ACC – 2ACC+ je osmikanálová elektronická měřicí ústředna firmy DEWESoft, která je řízena pomocí osobního počítače přes USB port. Všechna elektronická zařízení pro obsluhu jednotlivých kanálů a provádění měření jsou zabudována v jediné skříňce a ovládat je lze pouze pomocí programu DEWESoft přes počítač. Měřicí ústředna SIRIUS je především určena pro elektrická měření vibrací pomocí osmi napěťových vstupů. Všechny kanály mají svůj vlastní 2 x 24 bitový A/D převodník, tzv. DualCore, který je schopen měřit s dynamickým rozsahem až 160 dB.



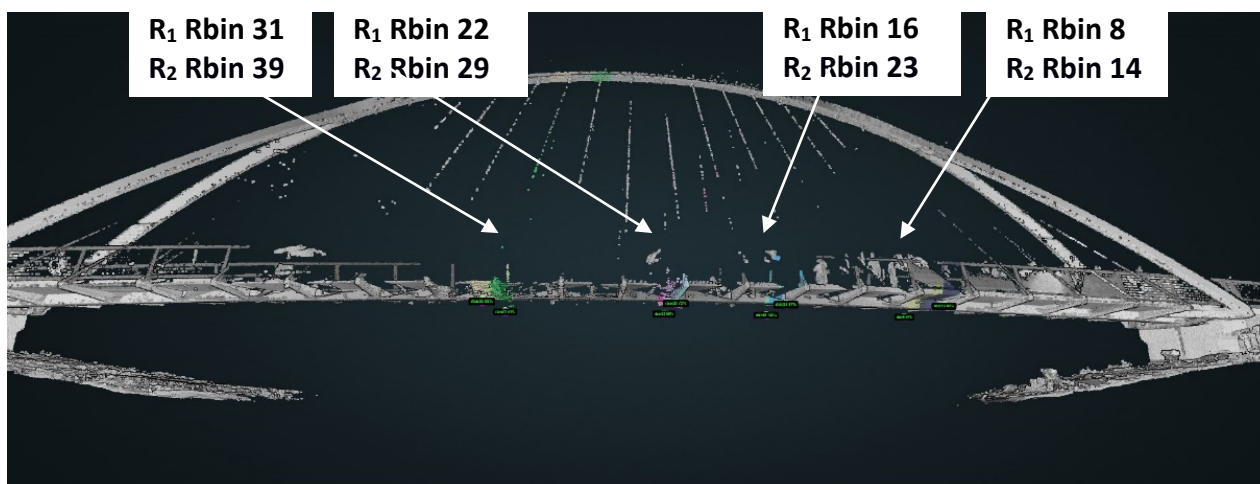
*Obr. 5 – Pohled na měřicí ústřednu SIRIUS a ocelové závaží s uchycenými třemi snímači zrychlení 8344 v bodu 62 - řez s příčnickem s uchycenými závěsy č. 10 (R1 Rbin 22 a R2 Rbin 29)*

## 5. Vyhodnocení

Naměřená data byla zpracována v programu IBIS Data Viewer v. 03.05.002. Na profilu odrazivosti obou radarů (Obr. 5) byla vybrána výrazná maxima, která odpovídají poloze ocelových příčníků mostní konstrukce. Podle rozmístění těchto maxim byly zvoleny radiální spádové oblasti Rbin. Přitom byly pro vizualizaci výsledků vybrány jen některé body, které mají dostatečnou sílu signálu na obou radarech. Vybrané příčníky jsou barevně zvýrazněny na Obr. 6.



Obr. 6 – Profil odrazivosti signálu radaru  $R_1$  a  $R_2$

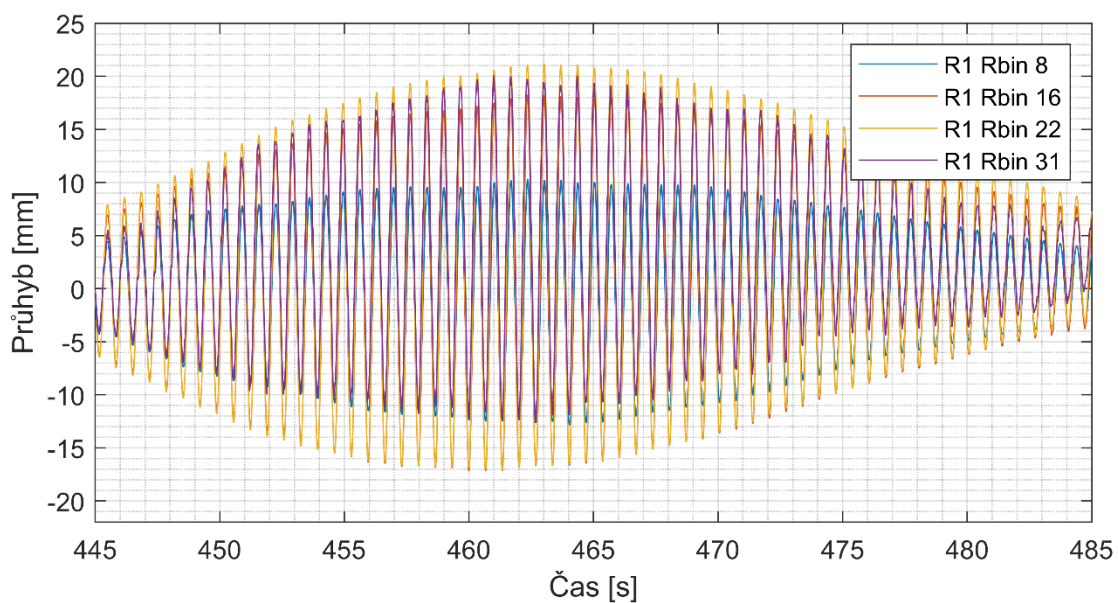


Obr. 7 – 3D model lávky s barevně zvýrazněnými Rbiny pro  $R_1$ , které se vyhodnocovaly

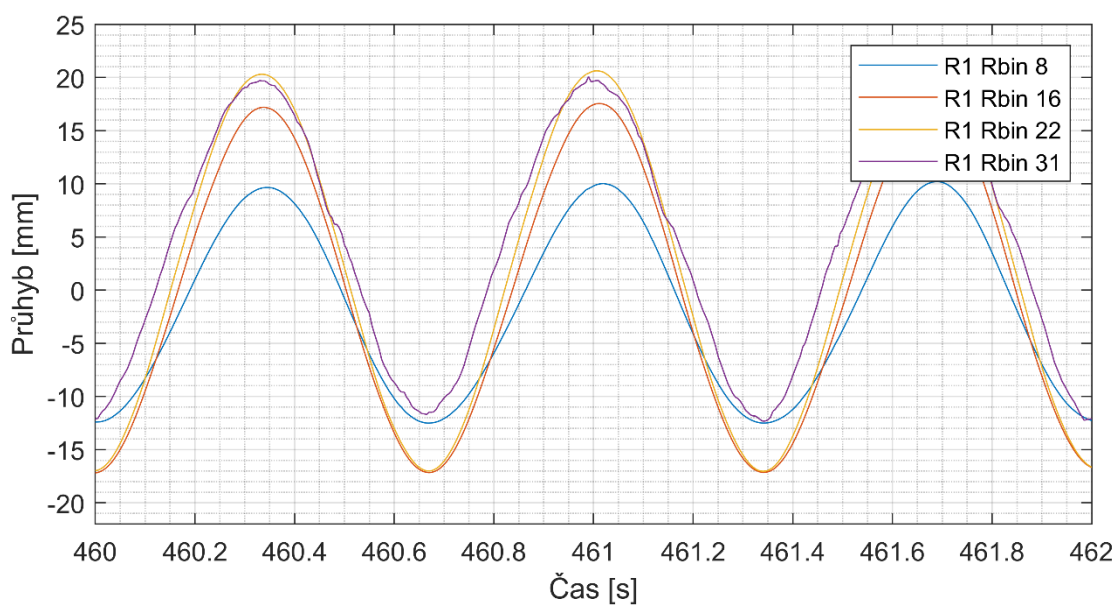
Naměřené průhyby na těchto příčných pak byly vyexportovány a vyhodnoceny v programu Matlab. Vyhodnoceno bylo kmitání lávky, které bylo vyvoláno synchronizovanou chůzí několika osob s krokovou frekvencí odpovídající vlastní frekvenci lávky, která je svázána s 2. vlastním tvarem svislého ohybového kmitání.

Obrázek 11 ukazuje podélné pohyby lávky vypočtené z měření obou radarů. Uprostřed dosahuje 1.4 mm a na kraji 2.0 mm.

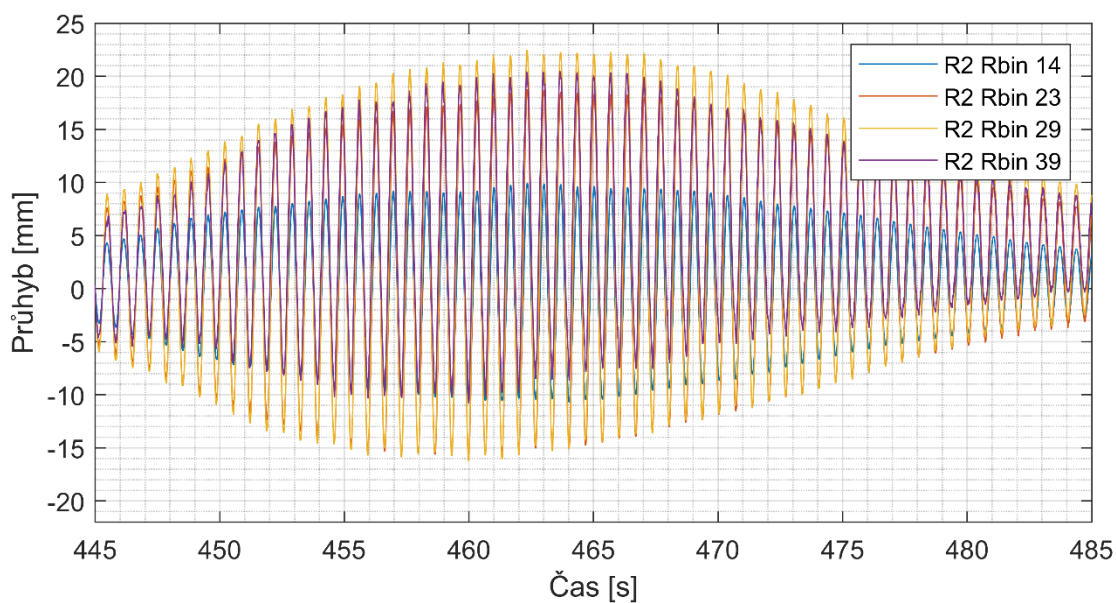
Svislé pohyby, které naměřily radary každý zvlášť, jsou přibližně v rozkmitu 38 mm a při spojení a přepočtení na svislé a podélné posuny jsou přibližně v rozkmitu 40 mm, vždy uprostřed lávky. Hodnoty určené oběma radary společně odpovídají hodnotám určeným standardním způsobem měření pomocí akcelerometrů, což lze považovat za podpůrný argument k potřebě použití dvou radarů.



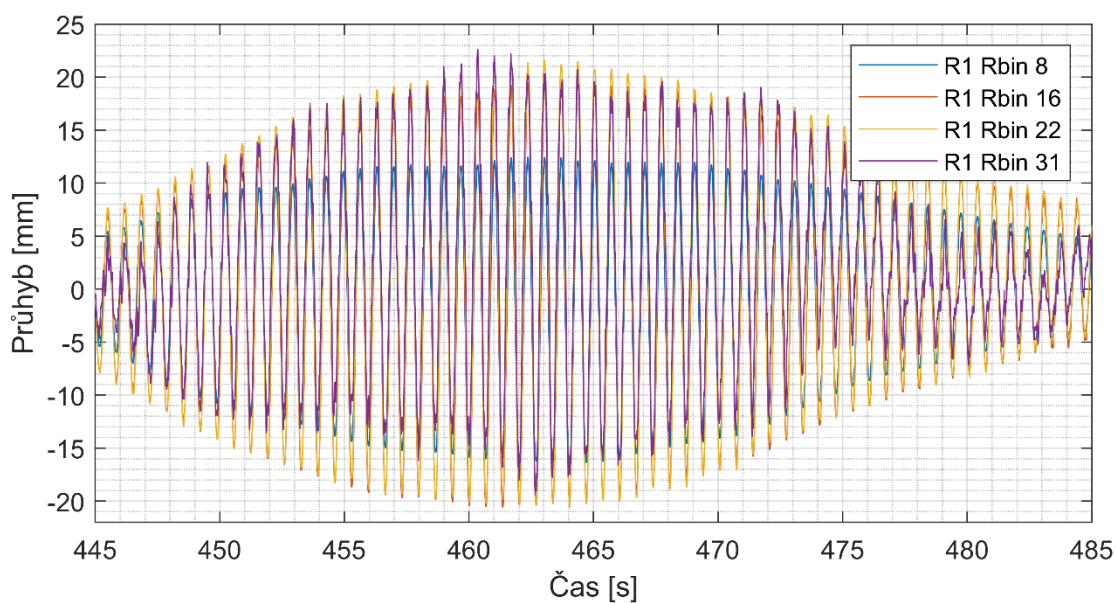
Obr. 8 – Průhyby naměřené radarem  $R_1$  na čtyřech příčnicích, které byly vyvolány pravidelnou chůzí několika osob.



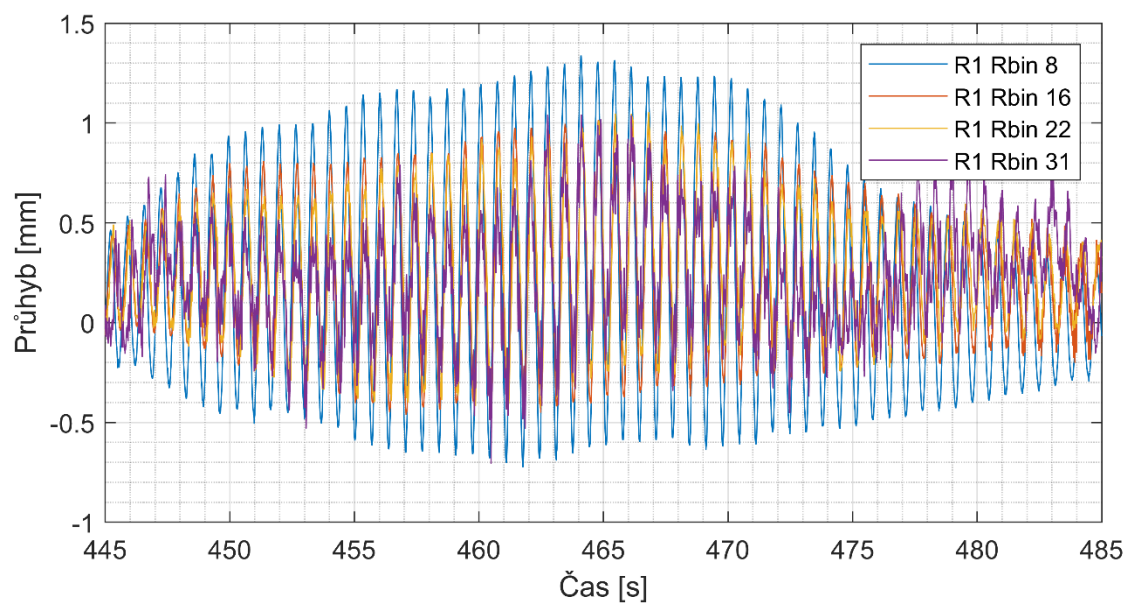
Obr. 9 – Detail průhybů naměřených radarem  $R_1$  na čtyřech příčnicích, které byly vyvolány synchronizovanou chůzí několika osob.



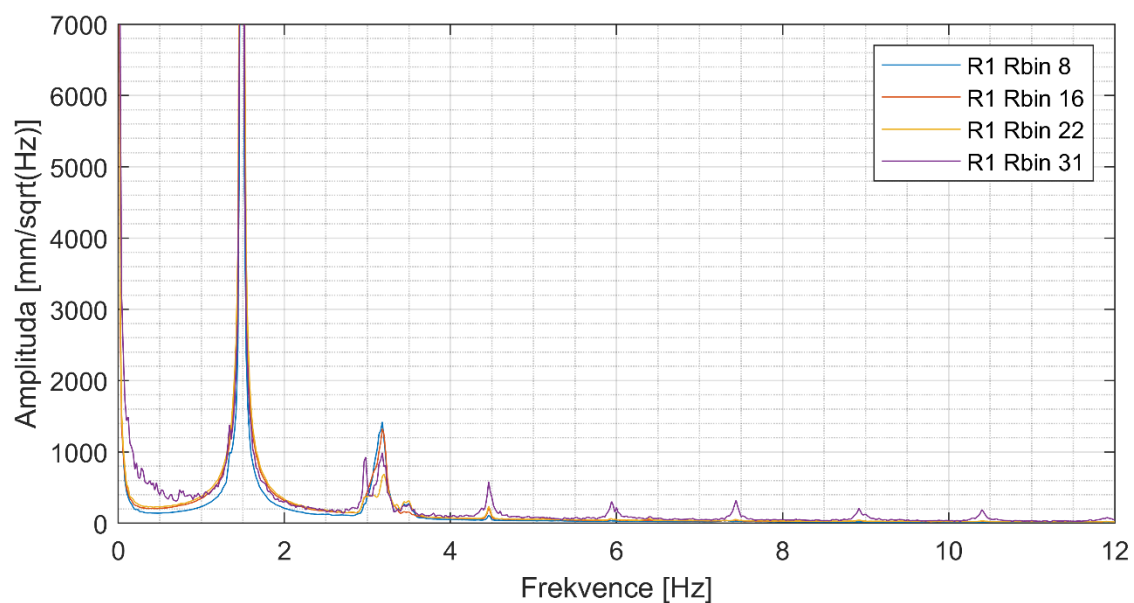
Obr. 10 – Průhyby naměřené radarem  $R_2$  na stejných čtyřech příčnicích, které bylo vyvoláno synchronizovanou chůzí několika osob.



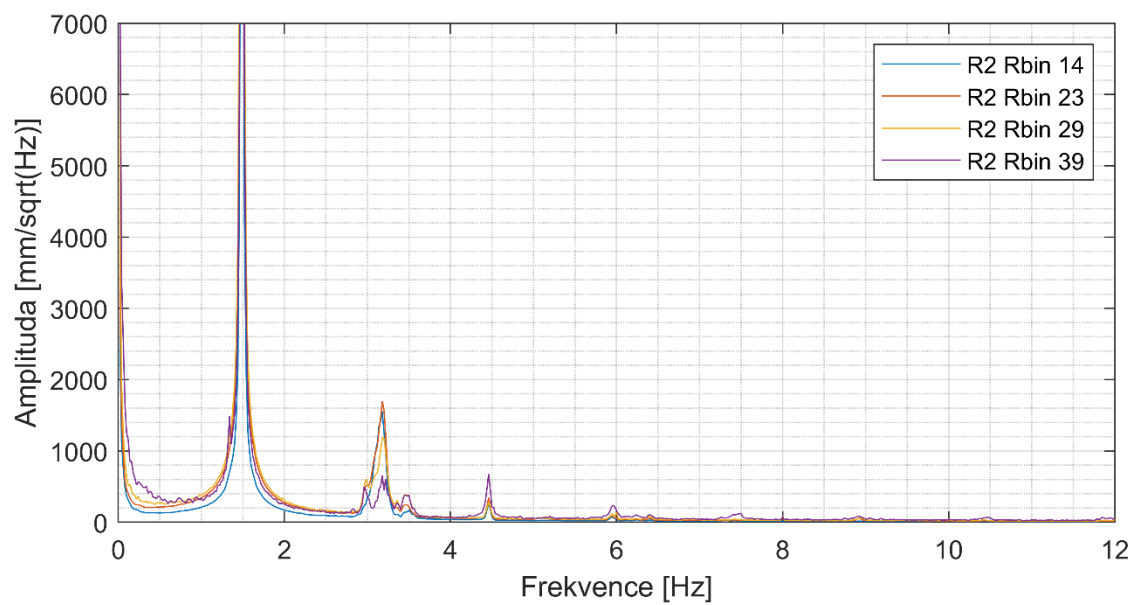
Obr. 11 – Svislé pohyby určené z měření oběma radary, které byly vyvolány synchronizovanou chůzí několika osob.



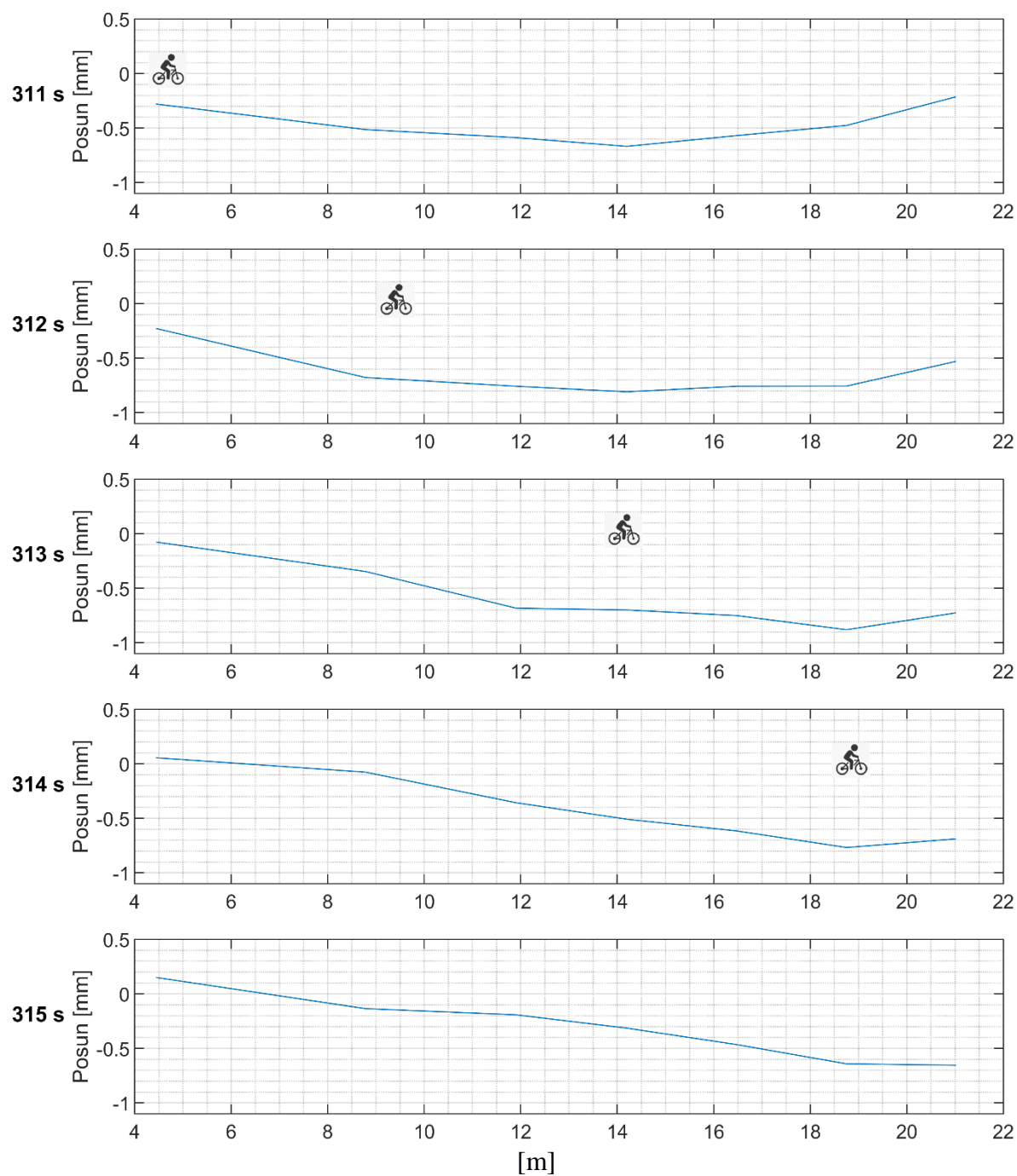
Obr. 12 – Podélné pohyby určené z měření oběma radary, které byly vyvolány synchronizovanou chůzí několika osob.



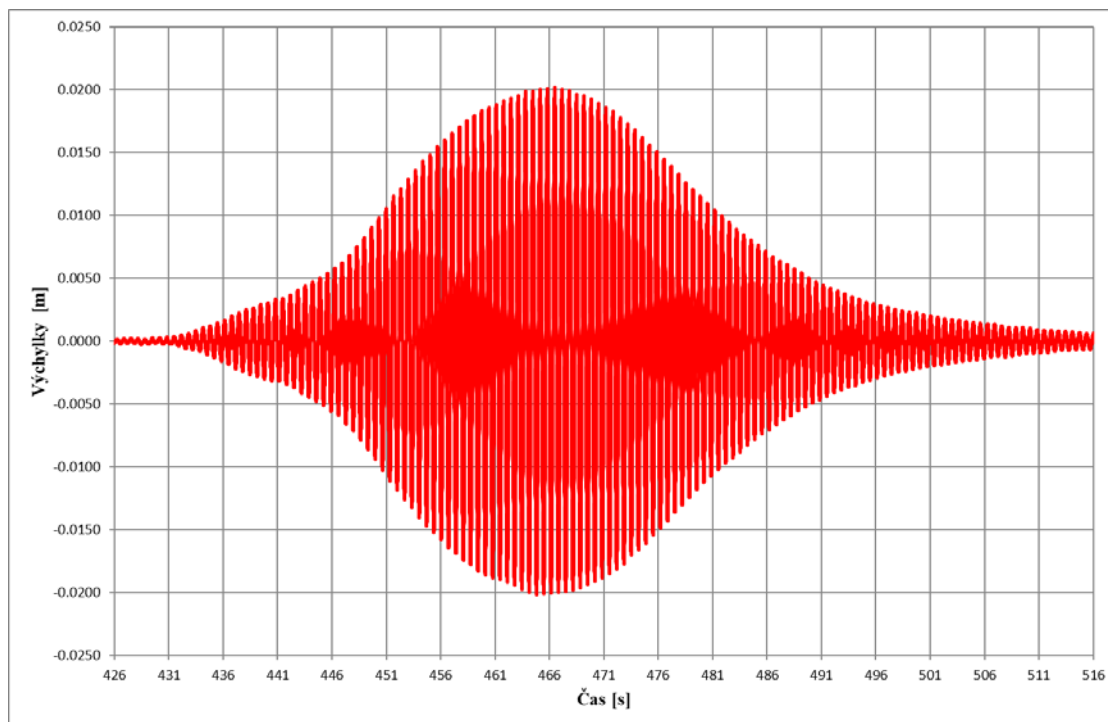
Obr. 13 – Vlastní frekvence lávky 1,49 ; 3,18 a 4,46 Hz změřená radarem R<sub>1</sub>



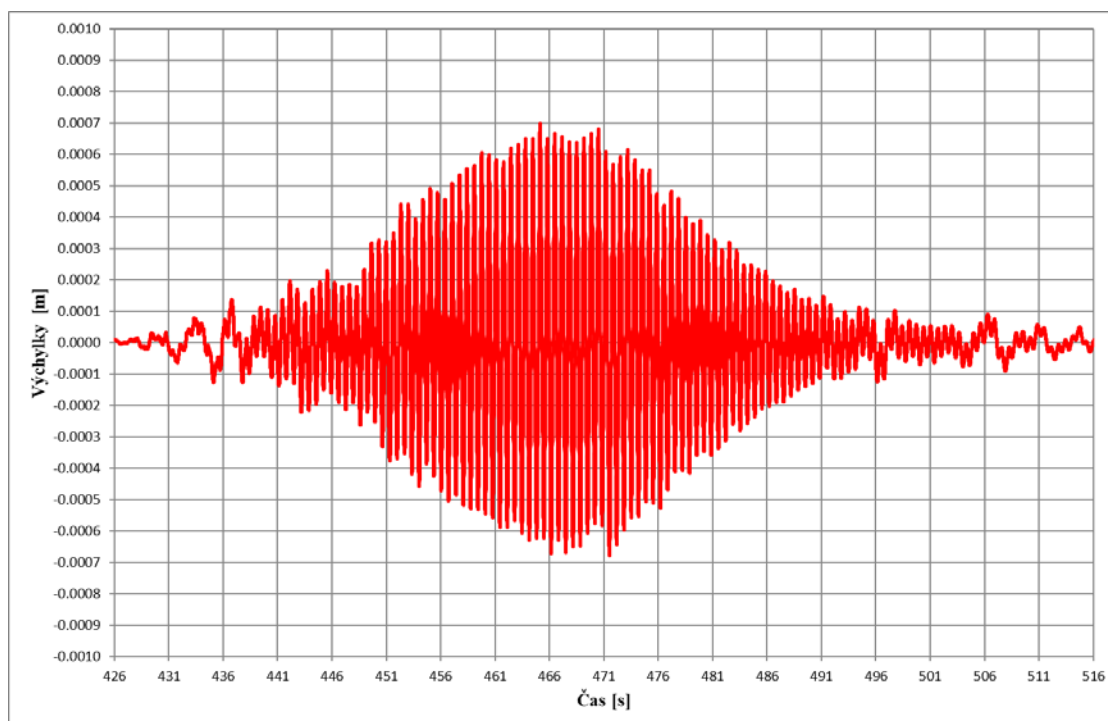
Obr. 14 – Vlastní frekvence lávky 1,48 ; 3,18 a 4,46 Hz změřená radarem R<sub>2</sub>



Obr. 15 – Grafické znázornění průhybu mostovky v čase při průjezdu tří cyklistů po lávce



Obr. 16 – Časový průběh vertikálních výchylek mostovky vyhodnocený pomocí dvojnásobné integrace v časové oblasti z měřeného zrychlení v bodě 62 (R1 Rbin 22 a R2 Rbin 29) při synchronizované chůzi několika osob.



Obr. 17 – Časový průběh vodorovných podélných výchylek mostovky vyhodnocený pomocí dvojnásobné integrace v časové oblasti z měřeného zrychlení v bodě 62 (R1 Rbin 22 a R2 Rbin 29) při synchronizované chůzi několika osob.

## 6. Závěr

Závěr z provedeného ověřovacího měření na lávce přes Jesípek u Hradce Králové: výsledky měření získané pomocí technologie radarové interferometrie se v rámci jejich dosažené přesnosti shodují s výsledky měření získaných pomocí akcelerometrů. Na obr. 10 a 15 lze porovnat svislé průhyby a dále pak na obr. 11 a 16 podélné průhyby.

## Zpráva o provedeném ověřovacím měření na lávce pro chodce a cyklisty přes Berounku u Lahovic

Milan Talich, Jan Havrlant, Lubomír Soukup, Filip Antoš, Michal Polák, Tomáš Plachý

Pro ověření technologie určování dynamických průhybů mostních konstrukcí současně v podélném i svislém směru pozemní radarovou interferometrií bylo provedeno měření na lávce pro chodce a cyklisty přes řeku Berounku, která je zavěšena do konzol dvou komorových mostů z předpjatého betonu, které jsou součástí Silničního obchvatu kolem Prahy (SOKP 514, Radotínský most).

### 1. Specifikace objektu

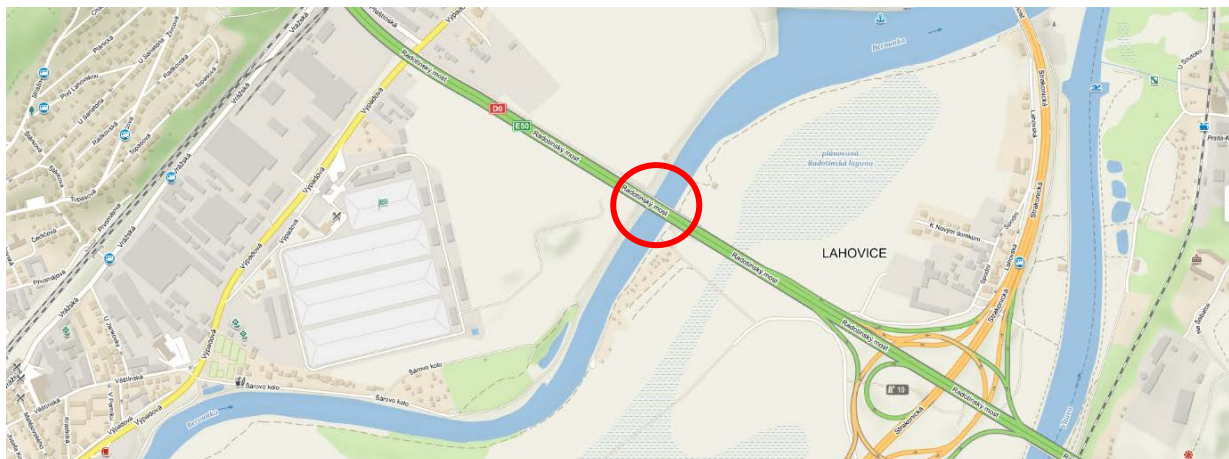
Před samotným měřením proběhla rekognoskace této lávky pro chodce a cyklisty. Posuzovala se konstrukce objektu, možnosti umístění interferometrických radarů a odrazivost radarových vln od mostovky.

Lávka pro chodce a cyklisty je zavěšená pod Radotínským mostem (SOKP 514) na jižní části Silničního okruhu kolem Prahy (SOKP) na pomezí mezi Radotínem a Lahovicemi. Celková délka lávky je 180 m, šířka 3,3 m. Lávka byla uvedena do provozu v roce 2010.



*Obr. 1 – Lávka přes Berounku pod Radotínským mostem*

Konstrukce lávky umožňuje měřit interferometrickým radarem celou konstrukci bez nutnosti použít koutové odražeče. Ocelové příčníky jsou v dostatečných rozestupech tak, že každý příčník spadá do jiné radiální spádové oblasti (Rbin).



Obr. 2 – Lávka přes Berouнку pod Radotínským mostem

## 2. Podmínky během měření

Měření bylo provedeno dne 11. 8. 2020 mezi 11.26 a 12.07 za běžného provozu lávky.

Tab. 1 – Klimatické podmínky během měření

Klimatické podmínky	
Teplota	24,6 – 26,1 °C
Vlhkost	55 – 58 %

## 3. Použité měřické přístroje

Pro měření byly použity dva Radary IBIS výrobce IDS.

Konfigurace radaru R<sub>1</sub>

IDS Radar IBIS – FS Plus,

SN 010-19-000314,

Antény: IBIS-ANT3-H17V15, záběr v horizontálním směru je 17° při ztrátě 3dB a 34° při ztrátě 10dB,

Akcelerometr, sloužící k odstranění vibrací vlastního radaru.

Konfigurace radaru R<sub>2</sub>

IDS Radar IBIS – RU 172

SN 053,

Antény: IBIS-ANT3-H17V15, záběr v horizontálním směru je 17° při ztrátě 3dB a 34° při ztrátě 10dB.

Během měření byly zaznamenávány klimatické podmínky na data logger LOG32TH a pořizován videozáznam provozu po komunikaci na lávce. Místní situace a postavení radarů bylo zaměřeno podrobným laserovým skenováním a následně byl zpracován 3D model.

#### 4. Provedení měření

Dynamické měření lávky probíhalo dvěma interferometrickými radary současně. Radar  $R_1$  byl umístěn na pravém břehu řeky přibližně v ose mostovky. Druhý radar  $R_2$  byl postaven na levém břehu blíže k toku řeky. Vertikální náklon obou radarů byl určen experimentálně tak, aby bylo pokrytá maximální délka hlavního pole, a aby nedocházelo k významnému vzájemnému rušení radarového signálu. Měření trvalo přibližně 40 minut.

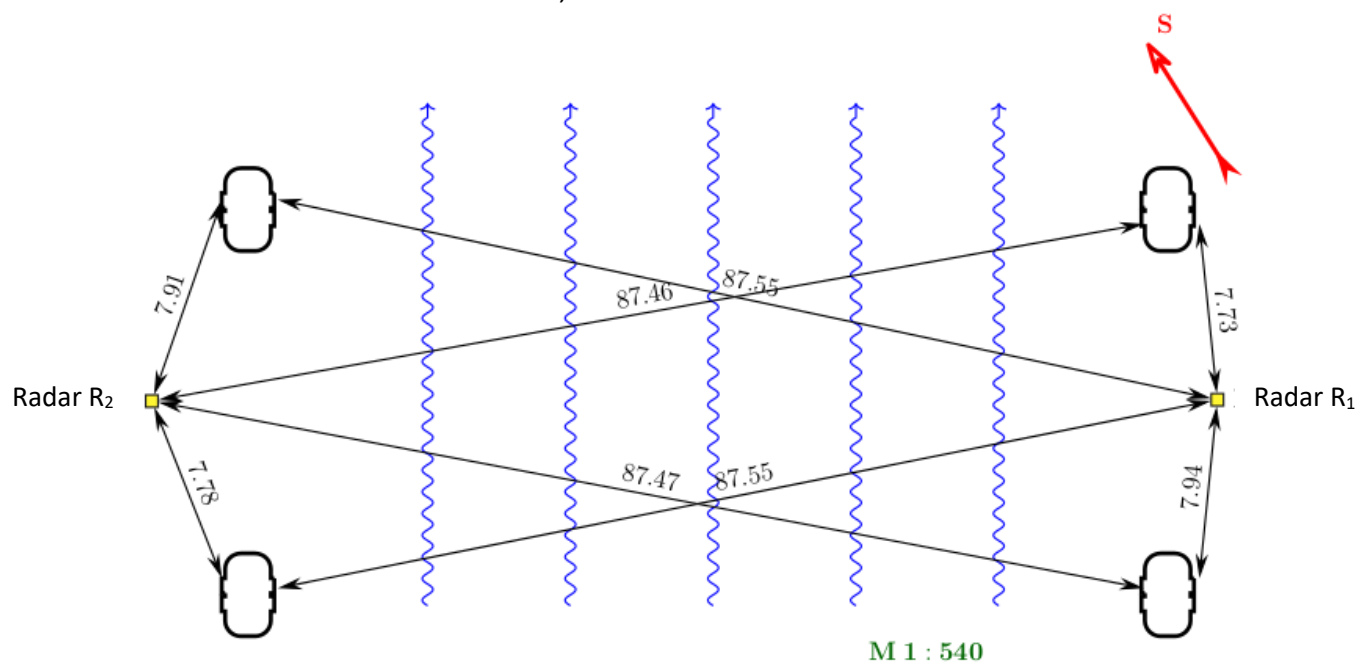
Nastavené parametry měření:

IDS Radar  $R_1$

Frekvence snímání:	200 Hz,
Dosah signálu:	145 m,
Radiální rozlišení:	0,75m,
Vertikální náklon radaru:	20,2°.

IDS Radar  $R_2$

Frekvence snímání:	200 Hz,
Dosah signálu:	150 m,
Radiální rozlišení:	0,75 m,
Vertikální náklon radaru:	26,1°.



Obr. 3 - Místopis umístění radarů pod lávkou

Současně s měřením technologií radarové interferometrie bylo provedeno i ověřovací měření „klasickou“ technikou s využitím akcelerometrů.

Ke srovnávacímu měření kmitání mostovky lávky bylo použito osm absolutních snímačů zrychlení 8344, které byly připojeny k měřicí ústředně SIRIUS 6ACC – 2ACC+ (výr. č. DB18002762) firmy DEWESoft.

Při experimentu byly snímače uchyceny pomocí neodymových magnetů na čtyři ocelové závaží. Tři závaží byla umístěna na levém (povodním) okraji mostovky do následujících příčných řezů: příčný řez s příčником s uchycenými závěsy č. 19 (bod 22, vertikální kmitání (kanál č. 8, výr. č. snímače 30690) a horizontální kmitání ve směru kolmém k podélné ose mostu (kanál č. 7, výr. č. 30688)), příčný řez uprostřed rozpětí (bod 32, vertikální kmitání (kanál č. 4, výr. č. snímače 30665) a horizontální kmitání ve směru kolmém k podélné ose mostu (kanál č. 3, výr. č. 30479)) a příčný řez s příčником s uchycenými závěsy č. 26 (bod 42, vertikální kmitání (kanál č. 2, výr. č. snímače 30337) a horizontální kmitání ve směru kolmém k podélné ose mostu (kanál č. 1, výr. č. 30336)). Jedno závaží bylo položeno na pravém (návodním) okraji mostovky v řezu uprostřed rozpětí (bod 31, vertikální kmitání (kanál č. 2, výr. č. snímače 30337) a horizontální kmitání ve směru kolmém k podélné ose mostu (kanál č. 1, výr. č. 30336)).

Seismický piezoelektrický snímač zrychlení 8344 je vyráběný firmou Brüel&Kjaer. Vlastní frekvence snímače je vyšší než 10 kHz, pracovní frekvenční rozsah je v intervalu 0,2 Hz až 3 kHz. Citlivost snímače je cca 2500 mV/g. Pracovní teplotní rozsah se pohybuje od -50 do +100°C. Příčná citlivost snímače je menší než 5%.

SIRIUS 6ACC – 2ACC+ je osmikanálová elektronická měřicí ústředna firmy DEWESoft, která je řízena pomocí osobního počítače přes USB port. Všechna elektronická zařízení pro obsluhu jednotlivých kanálů a provádění měření jsou zabudována v jediné skříňce a ovládat je lze pouze pomocí programu DEWESoft přes počítač. Měřicí ústředna SIRIUS je především určena pro elektrická měření vibrací pomocí osmi napěťových vstupů. Všechny kanály mají svůj vlastní 2 x 24 bitový A/D převodník, tzv. DualCore, který je schopen měřit s dynamickým rozsahem až 160 dB.

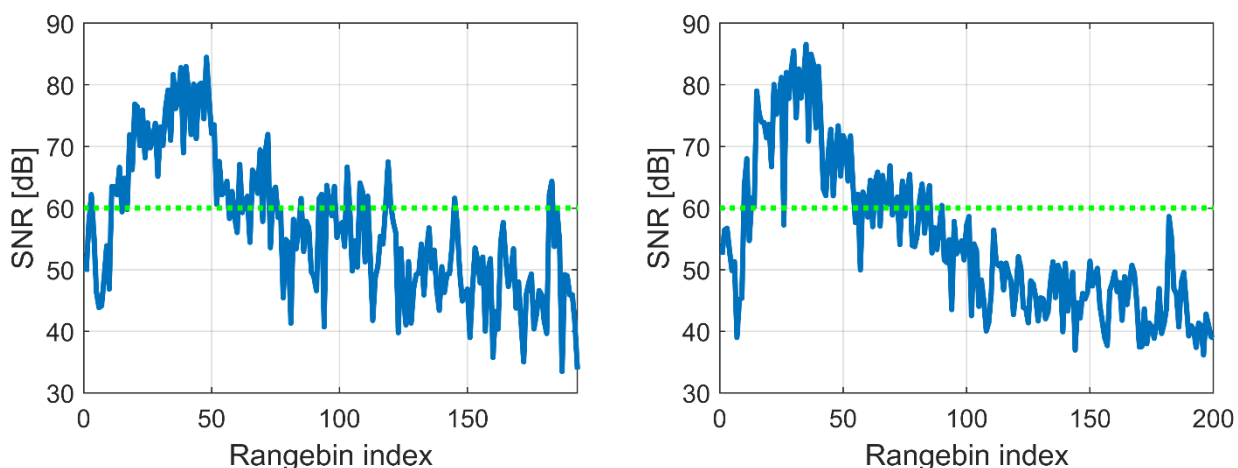
Pro účel porovnání s daty naměřenými radarovou interferometrií byla naměřená zrychlení převedena na výchylky pomocí dvojnásobné integrace v časové oblasti provedené na základě Simpsonova pravidla. Naměřená zrychlení byla před integrací upravena pomocí Butterworthova filtru s horní propustí s mezí nastavenou na 0,3 Hz.



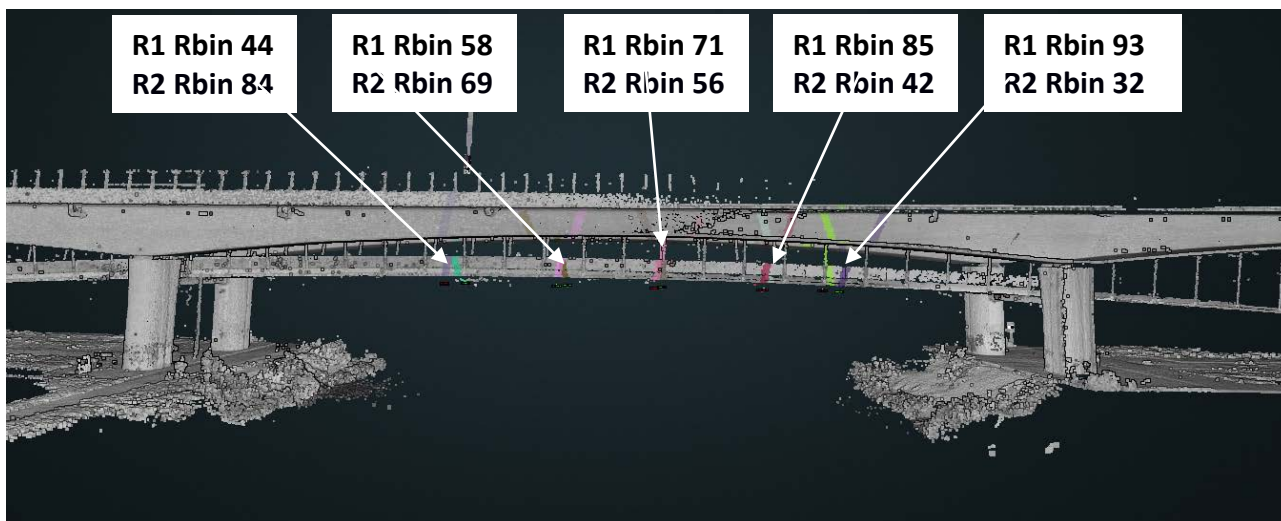
Obr. 4 – Pohled na měřicí ústřednu SIRIUS a ocelové závaží s uchycenými dvěma snímači zrychlení 8344 v bodu 32 - řez ve středu rozpětí

## 5. Vyhodnocení

Naměřená data byla zpracována v programu IBIS Data Viewer v. 03.05.002. Na profilu odrazivosti obou radarů (Obr. 4) byla vybrána výrazná maxima, která odpovídají poloze ocelových příčniců mostní konstrukce. Podle rozmístění těchto maxim byly zvoleny radiální spádové oblasti Rbin. Přitom byly vybrány jen ty body, které mají dostatečnou sílu signálu na obou radarech. Vybrané příčnice jsou barevně zvýrazněny na Obr. 5.



Obr. 5 – Profil odrazivosti signálu radarů  $R_1$  a  $R_2$



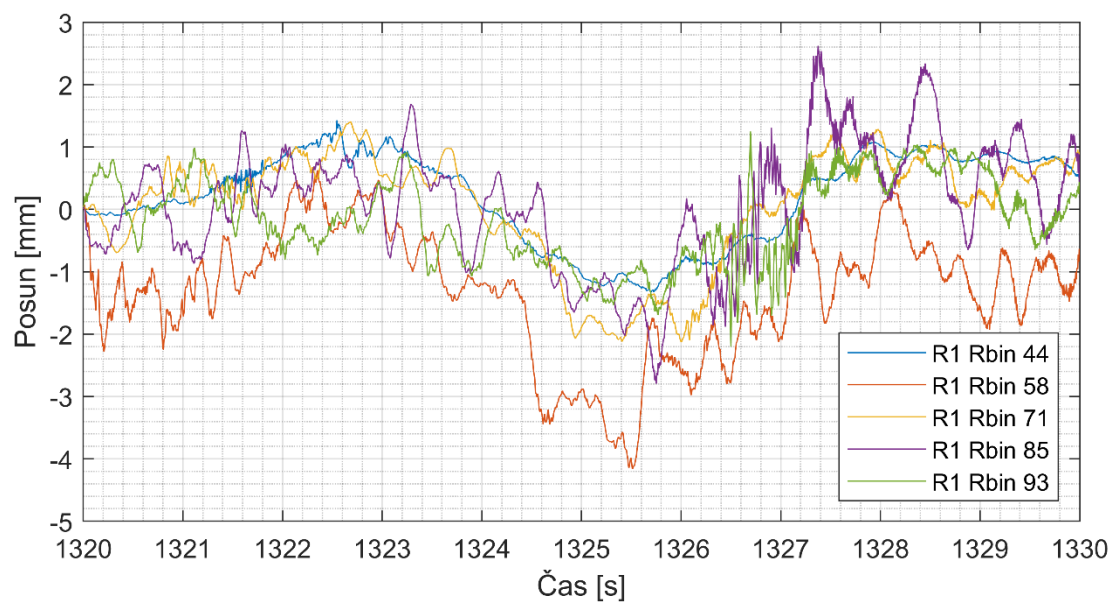
Obr. 6 – 3D model mostu s barevně zvýrazněnými Rbiny pro radary  $R_1$  a  $R_2$ , které se vyhodnocovaly

Naměřené průhyby lávky na těchto příčnicích pak byly vyexportovány a vyhodnoceny v programu Matlab. Jako příklad zpracování výsledků je ve zprávě vyhodnocen přejezd nákladního vozidla po mostu na SOKP, do které je lávka zavěšena.

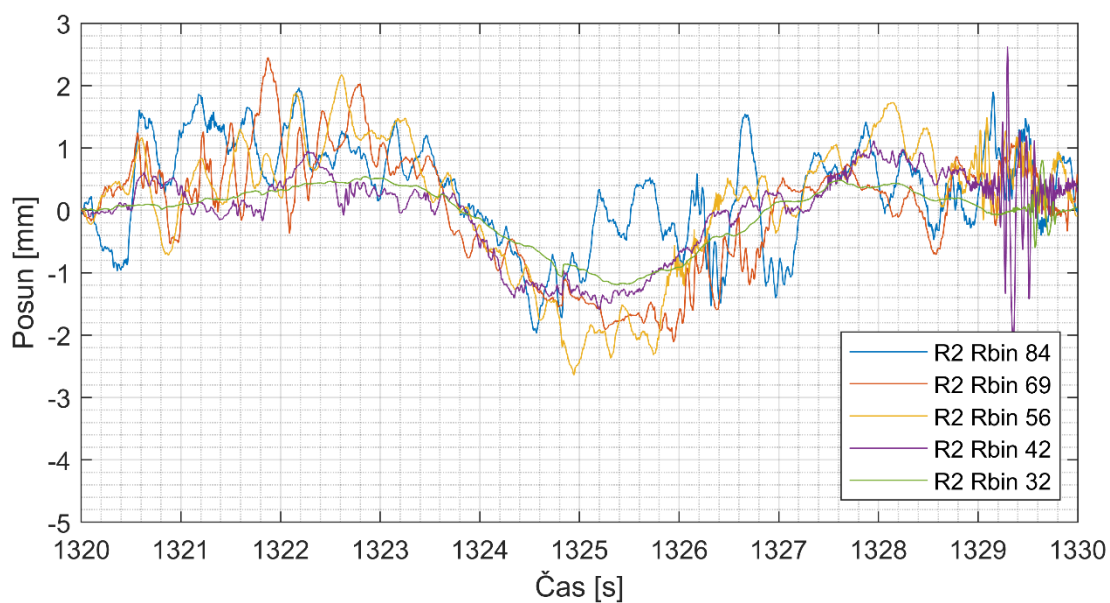
Protože je lávka zavěšená do konzol obou mostních objektů na SOKP, přenášejí se pohyby těchto mostů na nosnou konstrukci lávky. Přejezd vozidla na mostu nad lávkou způsobil průhyb 2,4 mm uprostřed lávky. Podélné pohyby lávky vypočtené z měření obou radarů jsou 0,1 mm.



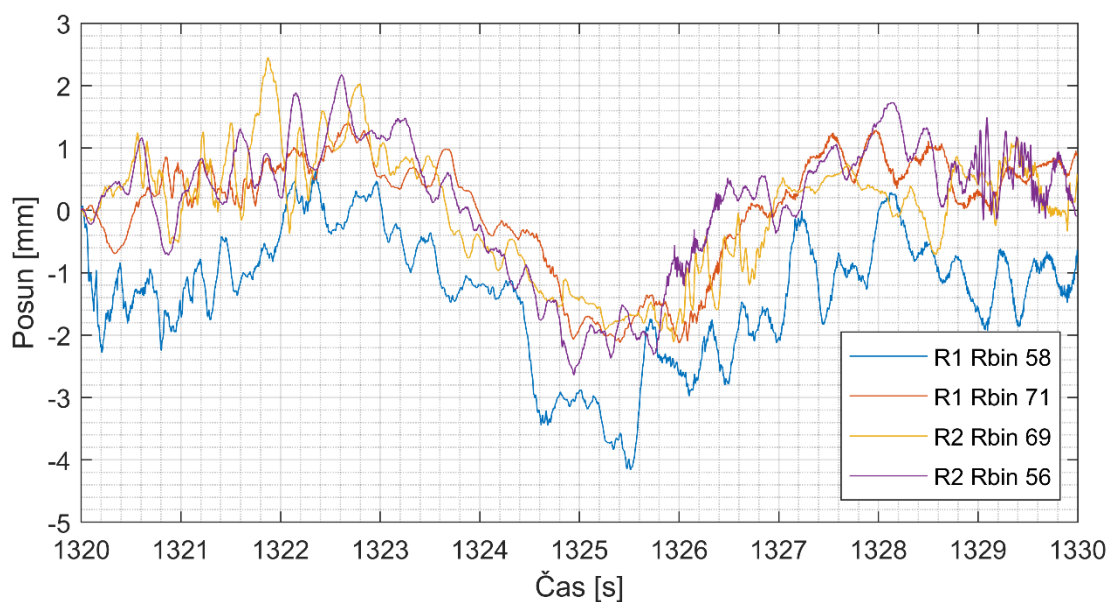
Obr. 7 – Průjezd vozidla nad lávkou



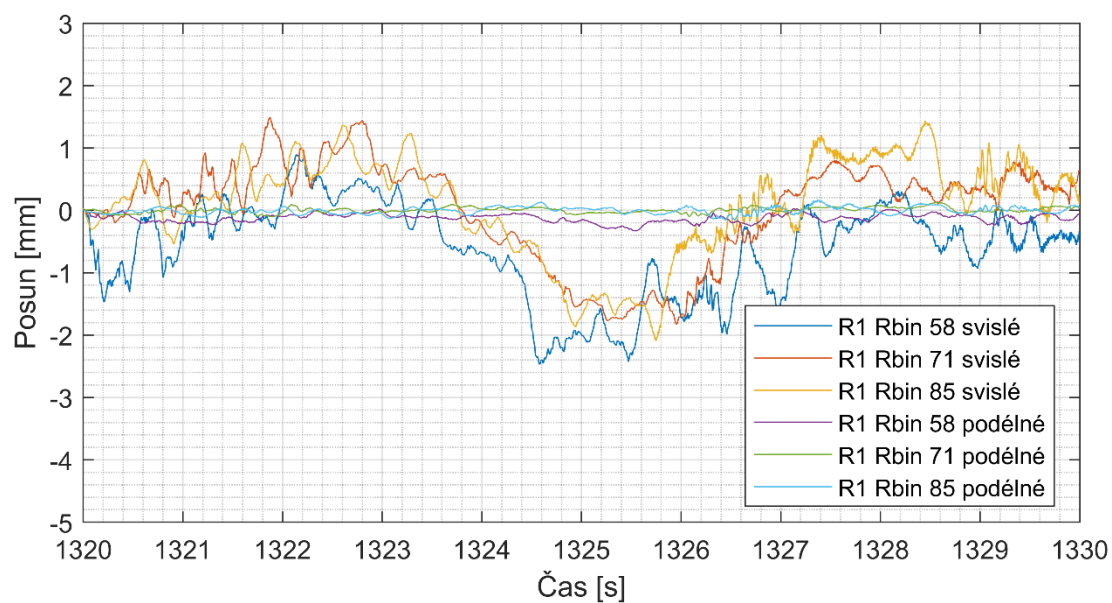
Obr. 8 – Průhyb naměřený radarem  $R_1$  na pěti příčnicích během přejezdu nákladního vozidla na silnici nad lávkou



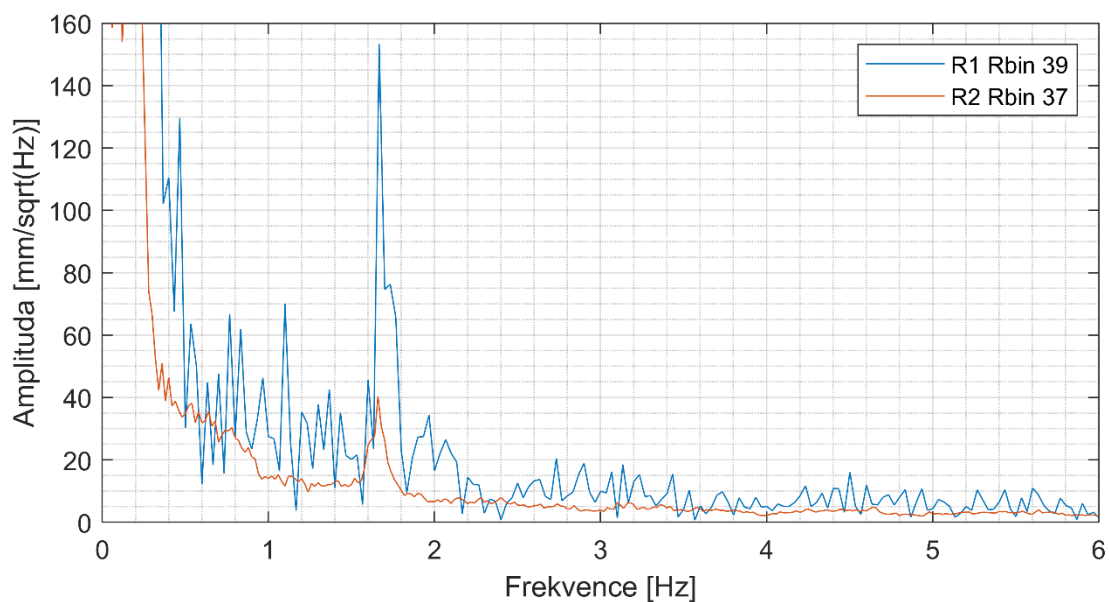
Obr. 9 – Průhyb naměřený radarem  $R_2$  na stejných pěti příčnicích během přejezdu nákladního vozidla na silnici nad lávkou



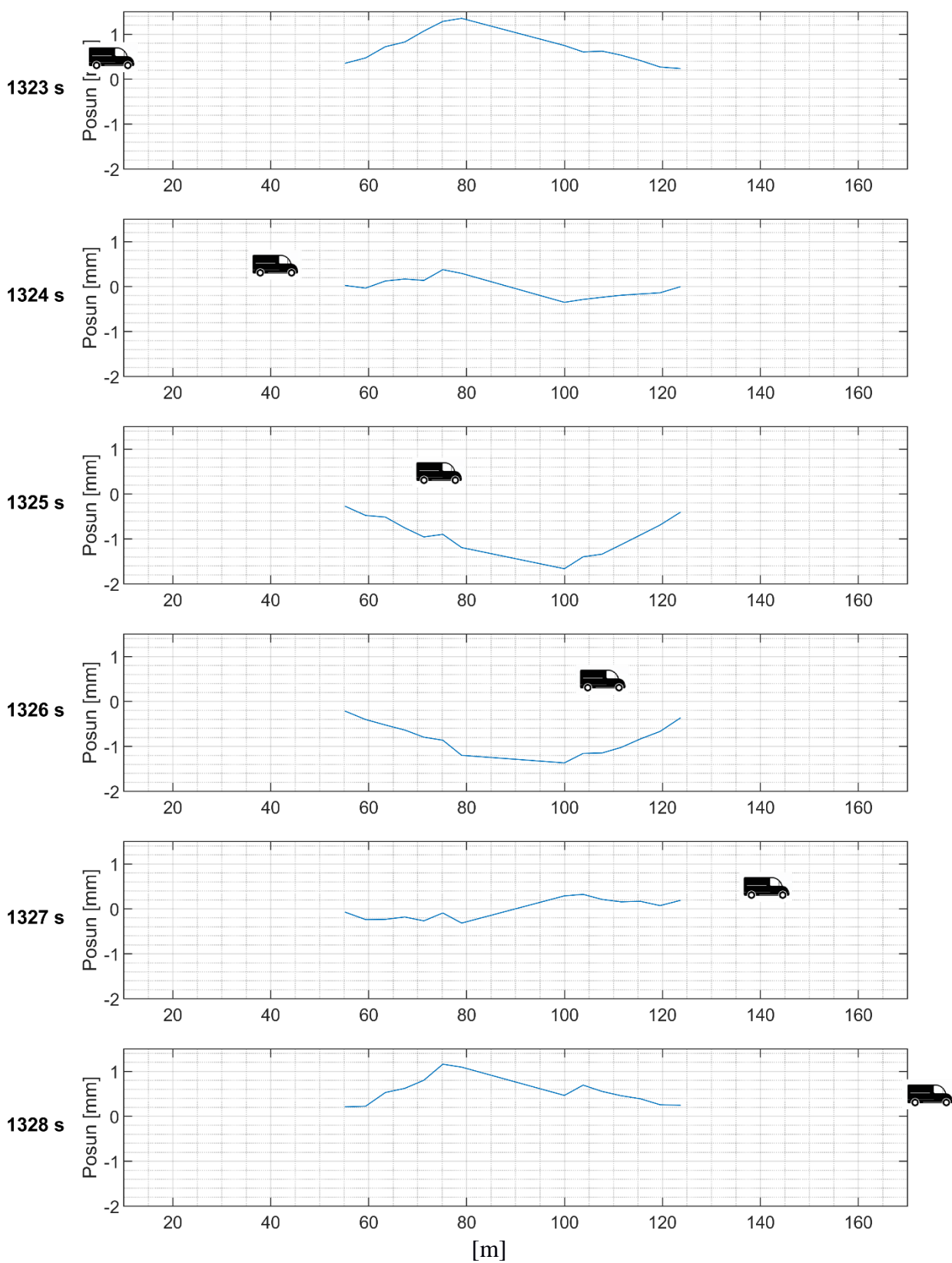
Obr. 10 – Porovnání nezávisle určených svislých průhybů pro  $R_1$  Rbin 58 ( $R_2$  Rbin 69) a  $R_1$  Rbin 71 ( $R_2$  Rbin 56) během přejezdu nákladního vozidla na silnici nad lávkou



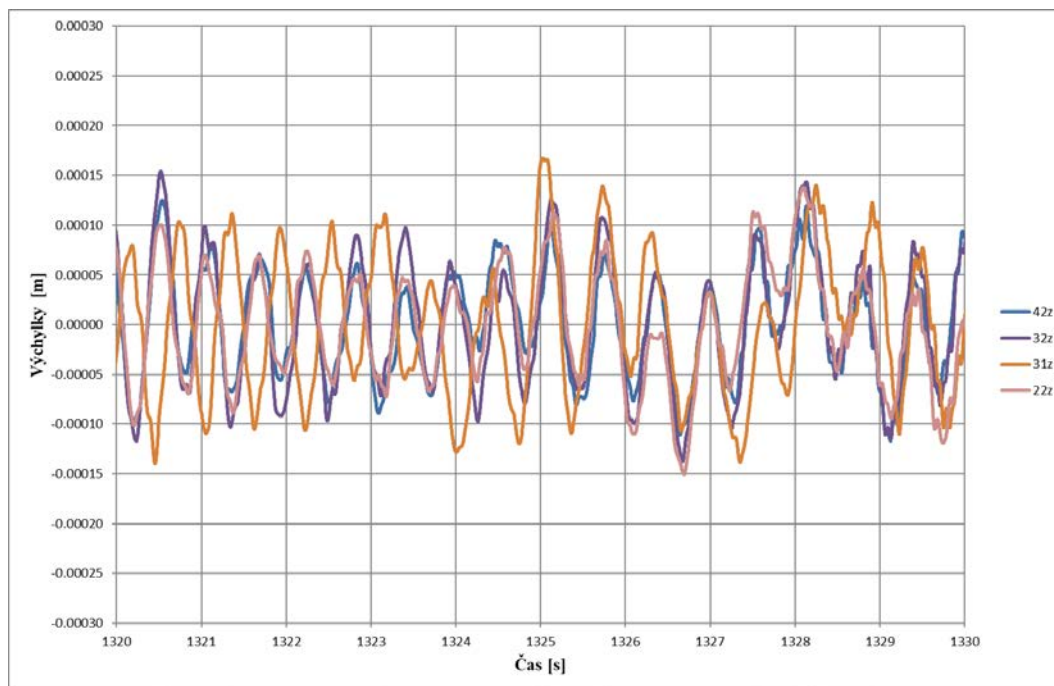
Obr. 11 – Svislé a podélné pohyby určené z měření oběma radary způsobené přejezdem nákladního vozidla na silnici nad lávkou.



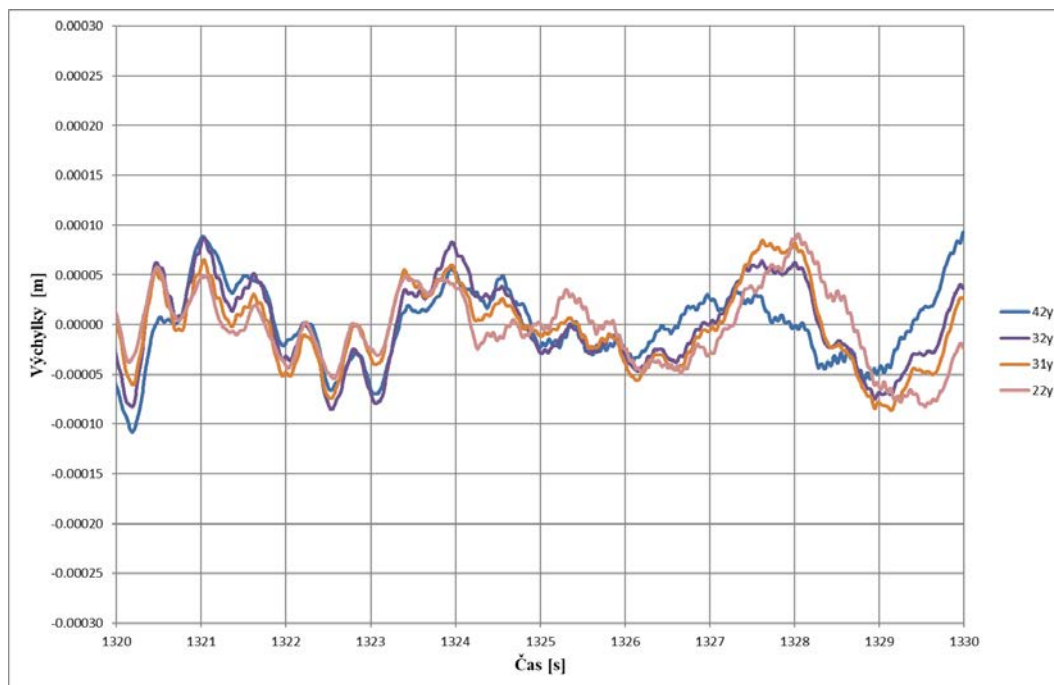
Obr. 12 – Vlastní frekvence lávky 1,66 Hz změřená radarem  $R_1$  a  $R_2$



Obr. 13 – Grafické znázornění průhybu lávky v čase při průjezdu nákladního vozidla na silnici nad lávkou



Obr. 14 – Časový průběh dynamické složky (od cca 0,3 Hz) vertikálních výchylek mostovky vyhodnocených pomocí dvojnásobné integrace v časové oblasti z měřeného zrychlení ve sledovaných bodech.



Obr. 15 – Časový průběh dynamické složky (od cca 0,3 Hz) horizontálních výchylek mostovky kolmých k podélné ose mostu vyhodnocených pomocí dvojnásobné integrace v časové oblasti z měřeného zrychlení ve sledovaných bodech

## 6. Závěr

Závěr z provedeného ověřovacího měření na lávce pro chodce a cyklisty přes Berounku u Lahovic: výsledky měření (dynamické složky vertikálních průhybů) získané pomocí technologie radarové interferometrie se v rámci jejich dosažené přesnosti shodují s výsledky měření získaných pomocí akcelerometrů (s dynamickou složkou (od cca 0,3 Hz) vertikálních průhybů). Na obr. 11 a 14 lze porovnat dynamické složky svislých průhybů.



## Technická správa komunikací hl. m. Prahy, a.s.

Řásnovka 770/8, Staré Město, 110 00 Praha 1  
IČ: 03447286

# PROTOKOL

## o ověření technologie

**Název technologie:** Technologie určování dynamických pohybů mostních konstrukcí současně v podélném i svislém směru pozemní radarovou interferometrií

**Řešitel:** Ústav teorie informace a automatizace AV ČR, veřejná výzkumná instituce  
(ÚTIA AV ČR, v. v. i.)  
Pod Vodárenskou věží 4,  
182 08 Praha 8  
IČ: 67985556

Výše uvedená technologie je hlavním aplikačním výsledkem č. V1 projektu: „*Pokročilá technologie rychlého určování deformací mostů radarovou interferometrií a její využití v diagnostice*“, jehož je Technická správa komunikací hl. m. Prahy, a.s. reprezentativním uživatelem výsledků (aplikačním garantem). Technologie byla ověřena a byla prokázána její realizovatelnost a uplatnitelnost v oblasti působnosti Technické správy komunikací hl. m. Prahy, a.s.

Osoba odpovědná za správnost protokolu:

Dne: 14. prosince 2020

prof. Ing. Karel Pospíšil, Ph.D.

místopředseda představenstva